

**La misurazione del rischio di mercato. Un approccio alternativo di value at risk applicato ad un portafoglio azionario internazionale**

Fonte riservata

24 gennaio 2005

Tesi di laurea di Massimo Raparo  
< info@massimoraparo.it >

Università degli studi di Macerata  
Facoltà di Scienze politiche  
Corso di laurea in Economia bancaria  
Anno Accademico 1999/2000

Indice:

Premessa

Capitolo 1

Rischi e attività bancaria

- 1.1. Premessa
- 1.2. I rischi finanziari
- 1.3. Rischi, patrimonio e vigilanza
- 1.4. L'utilizzo dei modelli interni
- 1.5. Conclusioni

Capitolo 2

I modelli di misurazione del rischio di mercato

- 2.1. Premessa
- 2.2. Ambito applicativo dei modelli VAR
- 2.3. I modelli di Valore a Rischio
- 2.4. Gli approcci parametrici. L'approccio Varianze Covarianze
  - 2.4.1. Il metodo Portfolio Normal
  - 2.4.2. Il metodo Asset Normal
  - 2.4.3. Il metodo Delta Normal
  - 2.4.4. Il metodo Delta Gamma
  - 2.4.5. L'ipotesi di Normalità della distribuzione dei rendimenti
  - 2.4.6. Le altre ipotesi alla base dei modelli parametrici
- 2.5. L'implementazione del modello. La stima della volatilità
- 2.6. Il Mapping delle posizioni
- 2.7. Gli approcci non parametrici
  - 2.7.1. La simulazione Montecarlo
  - 2.7.2. L'approccio di simulazione storica
- 2.8. Le prove di stress
- 2.9. Conclusioni

Capitolo 3

La verifica empirica di un modello VAR applicato ad un portafoglio azionario diversificato

- 3.1. Premessa
- 3.2. La selezione del modello
- 3.3. Le fasi del lavoro
- 3.4. Il mercato di riferimento
- 3.5. Il portafoglio di riferimento e la verifica di normalità
- 3.6. La stima della volatilità futura e il calcolo dei Valori a Rischio
- 3.7. L'introduzione del coefficiente di trend.
  - 3.7.1. Premessa
  - 3.7.2. Il coefficiente di trend
  - 3.7.3. Sintesi dei risultati. VAR corretti con l'utilizzo dell'indicatore di trend Conclusioni

Bibliografia

Premessa.

La tematica del risk management ha conosciuto negli ultimi venti anni uno sviluppo senza precedenti se confrontata ad altri aspetti della gestione bancaria. Ciò ha determinato l'introduzione e la rapida evoluzione dei modelli di misurazione, monitoraggio e gestione dei cosiddetti rischi finanziari, dove per rischi finanziari si intendono "i rischi latenti nelle

caratteristiche strutturali di composizione dell'attivo e del passivo di bilancio e fuori bilancio della banca".

Complementari al tradizionale rischio di credito, ancora oggi sicuramente più conosciuto dalle istituzioni creditizie (ma soggetto a nuove formulazioni), i rischi connessi alla volatilità dei mercati con i quali le banche si trovano ad operare, sono divenuti oggetto delle attenzioni sia delle autorità di vigilanza che dei manager bancari, nonché degli azionisti.

Tale attenzione, in particolare, è determinata da nuovi processi evolutivi che il sistema bancario internazionale sta attraversando:

- l'aumento della volatilità delle variabili finanziarie quali i tassi di interesse, i tassi di cambio, e i prezzi azionari (nel 1987 la caduta dell'indice Dow-Jones fu del 23% in un unico giorno, nel 1929 fu del 12%), causata dalla crescente integrazione e correlazione fra i vari mercati;
- processo di disintermediazione causato dalla ricerca sia da parte dei depositanti di forme d'impiego alternative ai propri risparmi, sia dal progressivo spostamento da parte delle imprese dal tradizionale finanziamento bancario al ricorso diretto al mercato dei capitali.

Ciò ha determinato l'esigenza, da parte delle banche, di ricercare nuove forme di intermediazione finanziaria, sostituendole alle forme tradizionali di intermediazione creditizia (raccolta a vista e concessione di prestiti)

- il nuovo orientamento delle autorità di vigilanza verso l'adozione di controlli prudenziali di adeguatezza patrimoniale parametrati al grado di rischio assunto, come strumento di tutela della stabilità del sistema finanziario

- la crescente apertura dei mercati finanziari internazionali all'attività bancaria, favorita dalla progressiva liberalizzazione e deregulation operativa.

Questi elementi rappresentano per il mondo bancario motivo di cambiamento e determinano la persecuzione di nuovi obiettivi, come la crescita dimensionale accompagnata, dato il contesto altamente concorrenziale, alla massimizzazione del valore per l'azionista, ora molto più consapevole delle sue opportunità di investimento. Per ottenere tale risultato, il management deve intraprendere asset caratterizzati da profili di rendimento e rischio più elevati e nel contempo, sfruttare pienamente il capitale, che rimane comunque risorsa scarsa.

Il raggiungimento di tali obiettivi richiede un processo di gestione, che, a prescindere dall'orizzonte temporale di riferimento, sia articolato in una misurazione e gestione del rischio stesso, attraverso la sua identificazione, l'attribuzione di un valore (VAR) e il monitoraggio, nonché in una successiva ed eventuale realizzazione di un processo di allocazione del capitale tra le diverse unità risk-taking. Questo, al fine di individuare la redditività corretta per il rischio per ciascuno dei centri operativi e, in una visione ancora più evoluta, di ottenere all'interno dell'istituto un sistema che veda coinvolti, in ottica concorrenziale, tutti i centri di responsabilità.

Il presente lavoro ha come obiettivo quello di prendere in considerazione un solo aspetto delle complesse tematiche riguardanti il rischio bancario, in particolare l'aspetto della misurazione dei rischi di mercato, poiché si ritiene che un'efficace gestione del rischio debba basarsi necessariamente su una sua stima affidabile, per poter poi ritenere valide le misure di redditività del capitale aggiustato per il rischio (RAPM) che rappresentano la naturale applicazione gestionale delle tecniche VAR.

Si focalizzerà l'attenzione sui diversi modelli di misurazione del rischio di mercato che si sono affermati negli ultimi anni, i cosiddetti modelli VAR (value at risk o valore a rischio), basati su di un approccio di tipo probabilistico. La loro caratteristica principale è di misurare la massima perdita potenziale che una posizione o un portafoglio può subire con un certo livello di confidenza e, in un determinato orizzonte temporale, a fronte di variazioni sfavorevoli delle variabili di mercato (tassi di interesse, quotazioni azionarie, tassi di cambio, commodities). Saranno esaminate le caratteristiche dei principali modelli, le finalità, la loro applicazione e le principali critiche.

Particolare attenzione verrà dedicata alle indicazioni degli organi di vigilanza in merito anche alle recenti evoluzioni della normativa prudenziale, dalla proposta del 1993 alle più recenti, con le quali si è evidenziata ed affermata la necessità di estendere i requisiti patrimoniali delle banche anche ai rischi di mercato e permettere alle stesse la sostituzione del metodo standard di misurazione con un modello interno. Questa problematica in Italia è molto sentita, poiché solo ora, i principali istituti stanno implementando seriamente sistemi di risk management basati sul valore a rischio, per la misurazione dei rischi di mercato. L'obiettivo non è solo di rispondere alle richieste degli organi di vigilanza, ma anche proteggersi contro gli eventi estremi, e in ultimo utilizzare i sistemi stessi per ottimizzare il profilo reddituale. Tale situazione di ritardo è attribuibile principalmente alla struttura del nostro sistema bancario, caratterizzato fino ad ora dalla preponderanza di banche commerciali, quindi, con basso livello di esposizione al rischio di mercato. Recenti ricerche hanno confermato questa tesi: considerando il capitale di vigilanza assorbito dalle diverse categorie di rischio, il 91% del capitale è assorbito dalla copertura del rischio di credito, il 5% dal rischio di portafoglio, l'1% dal rischio di cambio, ed il resto da altre tipologie di rischio, ma i cambiamenti delle condizioni di mercato provocheranno, nel prossimo futuro, una forte variazione delle fonti di rischio.

Infine, nell'ultima parte del lavoro, sarà presentata un'applicazione personale di un modello di Value at Risk parametrico, sottoposto a reali condizioni di mercato. Tale applicazione tenterà di mettere in luce la robustezza di alcune ipotesi sottostanti agli approcci basati sulla previsione della volatilità e valutare, quindi, l'effettiva capacità di tali modelli nel prevedere le perdite potenziali di portafoglio. In particolare saranno verificate le ipotesi di omoschedasticità delle serie storiche e di normalità della distribuzione dei rendimenti, riconosciute generalmente come le cause principali dell'inefficacia dei modelli di valore a rischio. Sarà dunque verificata la possibilità di prevedere la volatilità futura in base alle condizioni di mercato passate e dimostrare

come l'utilizzo congiunto di analisi econometrica e analisi tecnica possa in qualche modo fornire indicazioni importanti per una migliore valutazione del rischio di mercato. L'idea sottostante è quella di affiancare alla tradizionale analisi di volatilità basata su tecniche classiche (medie mobili semplici e medie mobili esponenziali) un coefficiente di rischio aggiuntivo, che tenga conto, della forza relativa di ogni mercato sul quale il portafoglio è esposto. L'originalità dell'approccio risiede nello sfruttare tale indicatore di momentum, non nella tradizionale ottica di asset allocation, dove tali misure vengono di norma utilizzate in ambito operativo, ma nel processo di risk measurement e di copertura del portafoglio. La strategia adottata risulta quindi coerente con le finalità di efficienza ed efficacia, tipiche di un sistema di controllo del rischio, il cui l'obiettivo sarà quello di ottenere la massima copertura delle perdite potenziali con il minor fabbisogno di capitale. La verifica delle performance del modello, in particolare, nelle situazioni di mercato estreme, risulta inoltre coerente con le numerose critiche che sono state avanzate, sia al modello di vigilanza, ritenuto esageratamente prudenziale, sia ai modelli VAR, ritenuti utili proprio quando non funzionano.

## CAPITOLO 1 Rischi e attività bancaria

### 1.1. Premessa

Il rischio finanziario rappresenta un elemento caratteristico e strettamente connesso all'attività bancaria.

Mentre le imprese non finanziarie possono e preferiscono trasferirlo ad altre controparti, le banche per conseguire livelli di reddito soddisfacenti hanno la necessità di ricercare il rischio, e divenire controparte di coloro che intendono ridurre l'incertezza. "L'elemento rischio spiega la redditività bancaria, la mancanza di investimenti adeguati su tale competenza distintiva spiega molti casi di fallimento" 1.

In generale, si può affermare che le motivazioni per le quali le banche adottano un sistema di controllo dei rischi sono la situazione di vantaggio rispetto alle imprese generiche nella gestione del rischio stesso, in particolare quello di credito, e la significativa rilevanza dei costi occulti del downside risk.<sup>2</sup> La situazione di vantaggio deriva dal fatto che le banche hanno la possibilità di instaurare rapporti di lungo periodo con i datori e prenditori di fondi, minimizzando i costi legati alle asimmetrie informative e ai processi di screening e di signalling. Inoltre, grazie al ruolo che svolgono nel sistema dei pagamenti, hanno la possibilità di ricevere informazioni continue riguardo agli affidati. L'accesso a tali informazioni permette di diminuire notevolmente i costi di monitoring. Analoghi vantaggi sono presenti anche rispetto ai rischi di prezzo, data la presenza continua e rilevante che le banche hanno nei mercati finanziari e, in particolare, nei mercati dove possono essere realizzate operazioni di copertura dai rischi stessi.

Per quanto riguarda invece la necessità di eliminare i costi di downside risk, occorre tenere presente che le banche sono particolarmente sensibili a potenziali situazioni di dissesto poiché sono aziende con alto tasso di leva finanziaria; per di più i loro clienti possono essere individui con basso livello di informazione e non avere meccanismi adeguati di garanzia sui depositi. L'attività bancaria è inoltre caratterizzata da operazioni bilaterali, con prestazione e controprestazione non contestuali, motivo per il quale il cliente creditore che detiene fondi presso la banca è attento principalmente ad evitare il rischio di mancato rimborso e quindi il downside risk. Al fine di evitare tale situazione, a fronte della raccolta rappresentata da depositi con scadenza "a vista" e coperti da scarsi sistemi di assicurazione collettiva, la banca dovrebbe effettuare investimenti esclusivamente in titoli di Stato a breve scadenza o attività facilmente liquidabili. Queste operazioni porterebbero a un sostanziale svuotamento della tipica funzione finanziaria che è appunto quella di trasformare le scadenze delle attività e passività che essa assume.

### 1.2. I rischi finanziari

La banca nella sua attività di intermediazione, di fatto, detiene attività finanziarie con caratteristiche di liquidità, solvibilità e scadenza diverse da quelle con cui si finanzia. Queste differenze la espongono ad un insieme complesso di rischi finanziari sintetizzabile nei seguenti fattori.<sup>3</sup>

Rischio di liquidità. Rappresenta il rischio di non poter far fronte, se non in condizioni non economiche, a uscite di cassa. Esso deriva dalla particolare composizione del bilancio bancario il cui attivo è composto prevalentemente da investimenti difficilmente negoziabili o non negoziabili, mentre il passivo è costituito in buona parte da strumenti monetari, liquidabili dai creditori a breve o a vista. L'eventuale ritiro non previsto dei depositi può provocare crisi di liquidità.

Rischio di interesse. È il rischio causato dalle differenze nelle scadenze dell'attivo e del passivo. Esse espongono la banca a diminuzioni di valore dei flussi di reddito attesi. Quando la scadenza media delle passività è inferiore a quella dell'attivo, variazioni al rialzo dei tassi di interesse provocano un aumento dei costi di finanziamento (rischio di rifinanziamento). Quando invece la scadenza del passivo è superiore a quella dell'attivo, movimenti negativi dei tassi di interesse

---

1 Casserley D., 1993, "Facing up to the risk"

7 Rigoni U., 1998, "Rischio e copertura patrimoniale nelle banche"

3 Vedi in Gianturco P., 1997, "Il processo di risk management" e Marsella M., "Il risk management esce dall'area finanza", in *Banche e Banchieri*, n.3/1997 pg. 286 e 242, vedi anche in Lusignani G., 1995, "La gestione dei rischi finanziari nelle banche", pg. 83

causano una diminuzione dei flussi di reddito generati dai nuovi investimenti che sono effettuati a tassi minori (rischio di reinvestimento). La diminuzione dei flussi di reddito attesi genera anche una diminuzione di valore delle attività e delle passività, e quindi del patrimonio.

Rischio di cambio. E' il rischio generato dall'operatività della banca in strumenti denominati in valute diverse. La volatilità dei tassi di cambio influisce in maniera proporzionale sul valore delle poste di bilancio e fuori bilancio.

Rischio di mercato. E' il rischio derivante dalle fluttuazioni dei valori di mercato delle posizioni attive e passive sensibili a tassi di interesse, tassi di cambio, prezzi azionari e prezzi delle merci, quando tali poste sono appunto valutate al valore di mercato. Tale metodo di valutazione riguarda in primo luogo il portafoglio di negoziazione della banca, cioè quell'insieme di operazioni che essa pone in essere solo in un'ottica speculativa di breve periodo. A questo riguardo è importante sottolineare che ai fini di vigilanza, ad essere oggetto della normativa riguardante i requisiti patrimoniali sui rischi di mercato<sup>4</sup>, è solo il "portafoglio non immobilizzato" individuabile come quella parte del portafoglio che non è destinata a svolgere una funzione di investimento durevole<sup>5</sup>. Spesso invece coloro che adottano sistemi di risk management per usi gestionali, rivolgono la loro attenzione all'intero bilancio attraverso il marking to market di tutte le posizioni. Il rischio di mercato in un'ottica diversa può essere interpretato anche come rischio di volatilità, cioè il rischio di variazione da un valore medio ed espresso in termini statistici, come deviazione standard; coerentemente alla misura utilizzata nei modelli VAR.

### 1.3. Rischi, patrimonio e vigilanza

In tutti i sistemi creditizi l'intervento dello Stato rappresenta da sempre un fattore di rilevanza. Le autorità pubbliche sia attraverso interventi diretti, che attraverso strumenti informali o indiretti, finiscono spesso per essere il più grande creditore non garantito delle banche, nel senso che in caso di fallimento o di grave crisi spetta ad esse il compito di risolvere tali situazioni e quindi accollarsi gli oneri che ne derivano, utilizzando generalmente risorse derivanti dal risparmio collettivo. Negli ultimi anni il peso di tali interventi è stato notevole: nel 1993 ad esempio le autorità svedesi sono dovute intervenire per un ammontare pari al 4.2% del prodotto interno lordo, nello stesso anno in Finlandia del 9.3%, nel 1996 in Francia dell'1.5% e dello 0.5% in Italia.<sup>6</sup>

Tali interventi possono indebolire dal punto di vista teorico i normali meccanismi di mercato costituiti da combinazioni di rischio e rendimento correlate, poiché i creditori della banca sapendo di poter contare su interventi esogeni delle autorità, non richiedono alla stessa rendimenti appropriati alla possibilità di fallimento. La banca, di conseguenza potrebbe essere incentivata ad intraprendere progetti di investimento eccessivamente rischiosi dato che, tali decisioni non influenzano il costo del capitale.

L'introduzione di coefficienti patrimoniali parametrati al grado di rischio assunto rappresenta uno strumento per diminuire i fenomeni di selezione avversa sopra menzionati e quindi correggere i comportamenti in un ottica di mercato. Tuttavia tali meccanismi di vigilanza, se non adeguatamente strutturati possono invece portare a situazione ancora più spiacevoli come a fenomeni di moral hazard.<sup>7</sup>

Nonostante le numerose critiche rivolte ai meccanismi di vigilanza, il processo evolutivo non si è fermato, ma si è sviluppato nel tempo, interessando nuovi aspetti dell'operatività bancaria. Negli ultimi anni tale processo ha riguardato in particolare la misurazione dei cosiddetti rischi di mercato.

Il primo accordo rivolto alla regolamentazione dei rischi finanziari, formulato dal Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria<sup>8</sup>, risale al 1988, poi recepito dalla Direttiva CEE n.647/89. Questo documento rappresenta il primo intervento importante in tema di vigilanza prudenziale esercitata attraverso l'imposizione, a livello internazionale, di requisiti minimi di patrimonializzazione. Tali requisiti riguardano, in particolare, standard minimi da rispettare a fronte del rischio di credito.

L'accordo propone la ponderazione per categoria di controparte delle attività in bilancio e fuori bilancio della banca. Il patrimonio dell'azienda di credito, preventivamente identificato dalle stesse norme<sup>10</sup>, deve essere pari o maggiore al 8% delle attività ponderate.

Tale accordo è stato però soggetto ad alcune critiche in quanto la ponderazione adottata è molto semplicistica e non tiene conto del merito di credito tra diversi prenditori. Inoltre, essendo

---

4 Circolare n. 155 del 18/12/1991 - 9° Aggiornamento del 12/04/2000

5 Nadotti L., 1995, "Il bilancio delle banche"

6 Banca d'Italia, 1997, "Relazione annuale 1996"

7 Per un approfondimento vedi: Rigoni U., 1998, "Rischio e copertura patrimoniale nelle banche", pg. 64

8 Il Comitato è nato nel 1975 ed è costituito dai governatori delle banche centrali dei dieci paesi più industrializzati (Gruppo dei Dieci).

9 Comitato di Basilea, 1988, "Introduzione del requisito patrimoniale a fronte del rischio creditizio"

10 Elementi positivi: capitale sociale, sovrapprezzi di emissione, altre riserve, fondo per rischi bancari generali, riserve di rivalutazione, strumenti ibridi di patrimonializzazione passività subordinate, altri elementi positivi. Elementi negativi: importi da versare agli azionisti, azioni o quote di propria emissione in portafoglio, avviamento ed altre immobilizzazioni materiali, perdita di esercizio, minusvalenze su titoli, altri elementi negativi in Ferretti R., "La gestione del capitale proprio nella banca", 1995

un'ottica di analisi orientata alle operazioni, l'innovazione finanziaria può provocare rapidi fenomeni di obsolescenza dei coefficienti e delle classi, costringendo le autorità a compiere frequenti aggiornamenti.

Tabella 1 – Ponderazione per categorie di controparti

Fonte: KPMG, "Manuale di risk management", 1997

Coeff. di ponderaz.	Categorie di controparti
0%	Titoli di Stato, cassa, riserve auree
20%	Crediti a breve, crediti appartenenti a Paesi OECD
50%	Titoli emessi da enti pubblici
100%	Titoli obbligazionari emessi da aziende private, titoli di debito pubblico emessi da Paesi in via di sviluppo, crediti nei confronti delle banche non appartenenti ai Paesi dell'OECD, titoli azionari

Un'ulteriore critica si riferisce al fatto che, nell'attribuzione alle poste del coefficiente di rischio, non si tiene conto degli effetti derivanti dalla diversificazione di portafoglio, dal momento che vengono ignorate le possibili correlazioni tra le attività detenute e il grado complessivo di rischio è ottenuto dalla semplice somma delle diverse posizioni.

Malgrado tali critiche, è importante rilevare come l'impostazione adottata rappresenti il tentativo da parte degli organi di vigilanza di abbandonare i tradizionali strumenti di controllo strutturali, basati su vincoli all'entrata o sulla struttura d'impresa, per adottare un controllo prudenziale rivolto alla determinazione di regole di comportamento in base ai rischi effettivamente assunti e al capitale detenuto, attribuendo a quest'ultimo un ruolo centrale nel garantire la stabilità dell'impresa stessa.

L'approccio seguito dal Comitato di Basilea non può essere ancora definito come un "approccio funzionale",<sup>11</sup> ma una normativa orientata "alle operazioni". L'approccio funzionale corrisponde, infatti, a un modello di valutazione degli strumenti finanziari generalizzabile a categorie omogenee di valori a rischio, in cui le poste vengono aggregate in base alla sensibilità al medesimo fattore di rischio. L'obiettivo dell'analisi è quello di esaminare i movimenti delle classi di valori al variare delle classi di rischio. Una normativa orientata "alle operazioni" identifica invece specificatamente per ogni posta, il suo fattore di rischio e attraverso l'attribuzione di un coefficiente di ponderazione determina la rischiosità dell'operazione stessa. L'approccio seguito dall'organo di vigilanza, orientato alle operazioni, rappresenta, nonostante tutto, la scelta intermedia tra un approccio di vigilanza strutturale e uno funzionale. Tale soluzione è in primo luogo, una soluzione a basso costo di implementazione, secondariamente non necessita della stima di molteplici fattori, richiama invece da un altro tipo di approccio più evoluto, che volesse ad esempio analizzare analiticamente il rischio di credito al quale è esposta una semplice operazione di prestito.

Un'importante svolta a tale situazione sembra essere quella contenuta dal recente documento pubblicato dal Comitato di Basilea<sup>12</sup> nel mese di Febbraio 2001. Il documento, pur essendo solamente una proposta ai fini di consultazione, definisce una nuova metodologia per la valutazione del rischio di credito nelle banche, che con eventuali modifiche, diverrà operativa nel 2004. La proposta contiene importanti novità riguardo, sia i criteri quantitativi di determinazione del livello minimo del patrimonio di vigilanza, sia sulla definizione di specifici requisiti organizzativi necessari ad una efficiente gestione del rischio. Un ulteriore fattore innovativo è rappresentato dalla identificazione specifica di una nuova tipologia di rischio, quello operativo. Il rischio operativo viene identificato dal "rischio di perdite, dirette o indirette, derivanti da fallimenti o inadeguatezza dei processi interni, dovuti sia a risorse umane sia a sistemi tecnologici, oppure da eventi esterni"<sup>13</sup>. Questa tipologia di rischio, nell'attuale normativa è invece contenuta nell'aggregato "altri rischi".

L'elemento metodologico di maggiore novità è comunque rappresentato dalla possibilità, offerta alle banche, di utilizzare un Internal Rating Based Approach (IRB), per la valutazione del requisito patrimoniale sul rischio di credito. L'approccio IRB dovrebbe permettere agli istituti la scelta tra il metodo di misurazione standard, basato su rating esterni, e un approccio interno, basato invece, sulla determinazione da parte delle stesse banche, di alcuni parametri statistici e sull'applicazione dell'approccio di portafoglio anche al rischio di credito, come è avvenuto nel 1996 per i rischi di mercato.

Un ulteriore punto di debolezza della disciplina del 1988 risiede nel fatto che i requisiti, circoscritti al solo rischio creditizio potrebbero influenzare il comportamento delle banche inducendole ad assumere rischi non regolati, come i rischi di mercato.

Tale limite ha assunto nel tempo un'importanza crescente a causa della tendenza, da parte delle banche a rafforzare le proprie posizioni sui mercati mobiliari per via di una serie di cause che possono essere sintetizzate nelle seguenti: il processo di titolarizzazione delle attività finanziarie, l'innovazione prodotta dalla nascita e affermazione di strumenti finanziari derivati, creati per esigenze di copertura, ma utilizzati dalle imprese bancarie troppo spesso con finalità speculative (vedi il caso Barings, banca d'affari londinese condotta al tracollo finanziario dall'eccessiva

11 Rigoni U. , 1998, opere citate, pg. 94

12 Basel Committee of Banking Supervision, 2001, " The new Basel capital accord", Febbraio 2001, in [www.bis.org](http://www.bis.org)

13 Vallino M., 2001, "Il rischio operativo alla luce della nuova proposta del Comitato di Basilea", in Newsletter AIFIRM, Gennaio – Febbraio 2001, [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)

esposizione in derivati asiatici da parte di un suo impiegato)<sup>14</sup>, ed infine la ricerca da parte degli istituti di credito e della stessa clientela di forme di rischio e rendimento più elevate, conseguibili solo attraverso l'esposizione in mercati con elevata rischiosità.

La copertura dai rischi di mercato diviene quindi di estremo interesse per gli organismi di vigilanza. Nell'aprile del 1993 il Comitato di Basilea presenta a fini di consultazione<sup>15</sup>, una proposta per estendere l'applicazione dei requisiti patrimoniali anche ai rischi di mercato che viene successivamente rivista nel 1995. Tale normativa sarà poi recepita dalla direttiva CEE 93/6/CEE, e dall'ordinamento italiano il 1° gennaio 1995 attraverso la Circolare Banca Italia del settembre 1994.

La nuova proposta del Comitato di Basilea identifica il rischio di mercato come il rischio di perdite nelle posizioni in bilancio e fuori bilancio a seguito di variazioni sfavorevoli dei prezzi di mercato, in particolare i tassi di interesse, i prezzi dei titoli azionari e i tassi di cambio.

Tali variabili producono il loro effetto sul portafoglio di negoziazione, che come detto in precedenza, corrisponde all'insieme di posizioni assunte dalla banca con finalità speculative di breve periodo, sia per conto proprio, che per esigenze della clientela, nonché le operazioni fuori bilancio, come i derivati. La definizione del portafoglio di negoziazione assume notevole importanza dal momento che, oltre a specificare con precisione le poste oggetto di analisi, consente per le poste comprese nel portafoglio soggetto alla normativa sui rischi di mercato, di essere sottratte alla normativa sul rischio di credito, con l'eccezione delle posizioni in valuta estera che devono invece essere computate per entrambi le normative.

Il requisito patrimoniale è calcolato in base a parametri fissi quali il periodo di detenzione ipotetico del portafoglio (holding period), pari a due settimane, e un arco temporale di riferimento sul quale calcolare la volatilità che è di cinque anni. La norma stabilisce inoltre che il patrimonio deve essere sufficiente a coprire una "parte significativa delle perdite", questo significa che la copertura è intesa come un livello di confidenza statistico che l'Autorità di Vigilanza richiede in un'ottica prudenziale.

Definiti tali parametri la normativa identifica la metodologia di calcolo che è basata nell'approccio "building blocks". Questo approccio tratta il rischio di una posizione, a pronti o a termine, come la somma di due componenti fondamentali, il rischio generico e il rischio specifico. Il rischio generico è attribuibile alle variazioni dei prezzi conseguenti a movimenti sfavorevoli dell'intero mercato, il rischio specifico è invece collegato alla singola posizione in quel determinato strumento operativo. Il capitale minimo è determinato quindi da tre componenti: il capitale da detenere a fronte del rischio di credito, calcolato sul portafoglio immobilizzato, quello calcolato sul portafoglio di negoziazione soggetto ai rischi di mercato, e il patrimonio da detenere a fronte del rischio di cambio e a fronte di posizioni in merci da calcolare sull'intero portafoglio.

Da notare infine che, se pur la direttiva CEE 93/6 ricalchi in maniera fedele la proposta di Basilea, vi sono delle differenze: innanzitutto la direttiva comunitaria ha finalità normative e non solo consultive, prevedendo inoltre esenzioni per il requisito sui rischi di mercato, per i soggetti che abbiano un portafoglio di negoziazione non superiore al 5% della somma tra le attività per cassa, garanzie e impegni e operazioni a termine o non superiore a 15 milioni di Euro.

Oltre al rischio di posizione, di cui si è già detto, la norma comunitaria prevede requisiti aggiuntivi calcolati a fronte del rischio di regolamento, di controparte e di concentrazione. Il rischio di regolamento, in base alla normativa, è quello che si determina nelle transazioni su titoli quando la controparte, dopo la scadenza del contratto, non ha ancora provveduto alla consegna dei titoli o del denaro. Esso viene anche chiamato rischio "Herstatt", dal nome del fallimento della Banca Herstatt in Germania, legato alla globalizzazione dei mercati valutari. La banca fu dichiarata fallita nel pomeriggio pur avendo a disposizione la somma per regolare il debito in valuta scaduto presso un'altra banca, ma ciò non fu possibile a causa del fuso orario. La conseguenza immediata fu l'inadempienza della banca stessa.<sup>16</sup> Il requisito patrimoniale, a fronte del rischio di regolamento viene calcolato ponderando l'esposizione per il numero di giorni intercorsi dalla scadenza del contratto<sup>17</sup>.

Il rischio di controparte è molto simile al precedente. Si riferisce in generale all'inadempienza di obblighi contrattuali della controparte e in particolare è calcolato per tutti gli strumenti derivati trattati fuori borsa (OTC), compresi nel portafoglio di negoziazione.<sup>18</sup>

Il rischio di concentrazione infine, riguarda il caso in cui la banca è eccessivamente esposta verso un cliente per percentuali notevoli del suo patrimonio. La norma impone il rispetto di determinati requisiti, nel caso in cui, l'esposizione verso un singolo cliente superi la soglia stabilita dall'autorità stessa (limite individuale di fido). Sino a tale soglia le posizioni lunghe alle quali la banca è esposta, ad esempio obbligazioni emesse dal cliente, non concorrono alla determinazione del coefficiente di patrimonializzazione sui rischi del portafoglio non immobilizzato, ma soltanto per quello calcolato ai fini del rischio di credito. Infine, la normativa di vigilanza riserva uno speciale trattamento alle posizioni costituite da strumenti derivati e in particolare da contratti di opzione, su azioni, su merci, su tassi o su indici. La decisione di specificare una copertura patrimoniale specifica a fronte di tali strumenti deriva da alcuni fattori contingenti. In primo luogo i derivati e, in particolare, le opzioni costituiscono strumenti

---

14 Jorion P., 1997, "Value at Risk", pg. 29 e ss.

15 Comitato di Basilea, 1993, "Requisiti patrimoniali individuali a fronte dei rischi di mercato", Aprile 1993

16 Rigoni U., 1998, opere citate, pg. 64

17 Banca d'Italia, Circolare n.155 dell'8/12/1991 - 9° Aggiornamento del 12/4/2000

18 Sono esclusi dalla normativa quei contratti con regolamento non contestuale ma trattati in mercati dotati di sistemi di compensazione e garanzia. Confr. Banca Italia, opere citate.

estremamente complessi da gestire sotto il profilo di rischio, dato che il comportamento del loro valore al variare dei fattori di rischio è non lineare. In secondo luogo gli istituti di vigilanza hanno preso atto che se da un lato l'uso di tali strumenti riveste un ruolo essenziale nella moderna gestione finanziaria d'impresa, dall'altro il loro utilizzo ha creato spesso pericolosi fenomeni di speculazione e in alcuni casi veri e propri dissesti di imprese ritenute, dal punto di vista contabile (bilancio sopra la linea) ineccepibili. Alcuni esempi risalgono agli ultimi dieci anni: la Procter e Gamble nel 1993 ha accusato perdite per \$150 milioni per il "cattivo" andamento del put option su tassi di interesse sottoscritto con Bunker Trust. La già citata merchant bank Barings nel Febbraio 1995 perde oltre \$1 miliardo per l'esposizione in derivati asiatici da parte di Nick Lesson, un operatore dell'istituto. Orange County Investment Pool e Metallgesellschaft finiscono in bancarotta nel 1994 con perdite rispettivamente di \$1.5 e \$1.3 milioni di dollari.<sup>19</sup> Le disposizioni prevedono la facoltà da parte dell'istituzione soggetta a controllo di scegliere per l'applicazione di uno dei seguenti criteri di misurazione del requisito patrimoniale connesso a contratti di opzione. L'approccio semplificato, il metodo delta plus e l'approccio di scenario.<sup>20</sup>

Nel primo metodo, utilizzabile solo per le banche che operano esclusivamente in acquisto, il requisito è calcolato con due gradi di rigidità. Il requisito minore è previsto per quelle banche che utilizzano il contratto d'opzione con finalità di copertura di posizioni lunghe o corte (acquisto di put o acquisto di call). Un requisito maggiore è invece previsto per le operazioni detenute non a fini di hedging. Il secondo metodo impiega invece i coefficienti di sensibilità del prezzo dell'opzione alle variazioni dei fattori di rischio. Il requisito viene determinato attraverso il prodotto fra il valore del sottostante e il delta (sensibilità al variare dell'underlying), del gamma (tasso di variazione del delta) e del vega (sensibilità a variazioni di volatilità). L'ultimo approccio, di scenario, utilizza la tecnica di simulazione. È prevista la possibilità di generare l'esposizione massima attraverso la costruzione di una specifica matrice di rischio per ciascun contratto. La matrice viene determinata da una serie di variazioni random dei fattori di delta e vega e utilizzata per il calcolo di n variazioni del valore dell'opzione.<sup>21</sup> Il requisito è costituito dalla somma delle perdite massime generate da ogni matrice.

In termini schematici, il requisito patrimoniale imposto dalla Banca d'Italia viene dunque determinato attraverso il calcolo dei seguenti requisiti:

il requisito patrimoniale riferito al rischio creditizio, detto anche coefficiente di solvibilità, determinato dalla normativa del 1988 e recentemente soggetto a una proposta di modifica da parte del Comitato di Basilea.<sup>22</sup>

il requisito connesso al rischio di posizione per i titoli di debito e di capitale del portafoglio non immobilizzato, nonché per la detenzione di quote di fondi comuni di investimento, e comunque di tutte quelle operazioni "compiute in proprio nome o in qualità di broker o di market maker o ancora dalle posizioni assunte a copertura di altri elementi del portafoglio di negoziazione"<sup>23</sup>;

il requisito patrimoniale connesso al rischio di cambio e al rischio derivante dalla detenzione di posizioni in merci, al quale è esposto l'intero bilancio;

il requisito patrimoniale connesso al rischio di regolamento, di controparte e di concentrazione per la parte relativa a posizioni incluse nel portafoglio non immobilizzato.

Il requisito connesso alla posizione in opzioni.

Tale metodologia, pur garantendo un approccio globale per l'identificazione delle fonti di rischio, non viene ritenuta una soluzione definitiva e capace di monitorare precisamente le innumerevoli fonti di rischio. A tal proposito Banca Italia, nel testo definitivo<sup>24</sup>, fissa altre specificazioni riguardo la prudente gestione del rischio di mercato. L'attività di monitoraggio deve essere supportata da un sistema informatico orientato al market to market delle posizioni comprese nel portafoglio di negoziazione ed omogeneo rispetto a tutti i settori della banca, sia per quelli impegnati dalla normale operatività che a quelli assegnati al controllo di gestione. La norma dispone inoltre che ogni banca si doti di un sistema di limiti e criteri operativi per limitare e monitorare in tempo reale le posizioni a rischio di ognuna delle business unit dell'istituto, nonché la presenza di organi di responsabilità nella gestione del sistema di vigilanza che consenta una informativa periodica dell'andamento della gestione al rischio rispetto all'alta direzione.

1.4. L'utilizzo dei modelli interni.

La manifestazione definitiva del lavoro compiuto dagli organi di vigilanza in merito alla definizione di un sistema di controlli prudenziali a fronte dei rischi di mercato, si ha con la Proposta del 1995<sup>25</sup>. Il documento prospetta la possibilità per le banche di utilizzare i propri modelli interni per la misurazione del solo rischio di mercato, con la possibilità di adottare tali modelli per uno o più fattori di rischio.

---

19 Culp C., 1998, "Value at risk: uses and abuses", in Bank of America, Journal of Applied Corporate Finance, n. 4/1198

20 Banca d'Italia, 2000, "Istruzioni di vigilanza per le banche", Febbraio 2000, Titolo IV Cap.3

21 Il valore deve essere calcolato o con il modello di Black e Scholes, o con un modello usato nella pratica operativa o con un modello interno all'istituto ma preventivamente approvato da Banca Italia. Vedi Banca Italia, opere citate.

22 Vedi a pagina 13.

23 Comitato di Basilea, opere citate. Vedi nota 24

24 Banca Italia, 2000, "Istruzioni di vigilanza per le banche", Febbraio 2000, Titolo IV

<sup>25</sup> Comitato di Basilea, (1995) "Progetto di supplemento all'accordo sui requisiti patrimoniale per incorporare i rischi di mercato", Proposta ai fini di consultazione, aprile 1995,

Tale decisione, da parte del Comitato di Basilea, scaturisce dai risultati incoraggianti provenienti da una serie di test preliminari compiuti nel corso del 1994, con l'obiettivo di verificare la capacità degli istituti e dei loro modelli, di misurare con accettabile precisione le variazioni di valore di portafoglio conseguenti a movimenti avversi dei fattori di rischio di mercato. I test compiuti consistevano nel sottoporre ad un certo numero di banche un identico portafoglio, sul quale esse, avrebbero dovuto applicare i propri modelli di misurazione. Il test coinvolse quindici banche appartenenti al Gruppo dei Dieci<sup>26</sup>; il portafoglio era composto da un insieme di 350 posizioni. I modelli adottati dovevano possedere alcuni parametri fissi specificati dal Comitato in modo che il risultato prodotto da ogni modello fosse soggetto ad un numero di variabili discrezionali limitate, identificate residualmente dalle aziende di credito. I parametri comuni a tutti i modelli furono: l'holding period, cioè il periodo di detenzione del portafoglio, fissato a dieci giorni lavorativi, e un intervallo di confidenza pari al 99%<sup>27</sup>. I risultati inoltre dovevano fornire oltre ad una somma del capitale a rischio<sup>28</sup> complessivo, anche misure specifiche per il rischio di tasso e di cambio.

I risultati scaturiti da tale test, pur essendo stati generalmente rassicuranti da consentire al Comitato la possibilità di prospettare l'uso definitivo, hanno evidenziato alcune differenze nei parametri discrezionali adottati dai diversi operatori. Le discrepanze rispetto ai risultati ottenuti giustificano, nella versione definitiva del progetto, l'introduzione di precisi requisiti metodologici e quantitativi che i modelli interni utilizzati dalle banche saranno tenuti a rispettare.

Le distorsioni sono riconducibili ad una serie precisa di fattori: differenze nel metodo di aggregazione delle poste; alcune banche hanno usato ipotesi di correlazione fra i fattori di rischio, mentre altre non ne hanno tenuto conto; differenze nella specificazione originaria degli stessi fattori di rischio, come ad esempio l'ipotesi fatta da alcuni istituti sulla possibilità di variazioni non uniformi nella curva dei tassi utilizzata per la stima del rischio di interesse.

Per tali ragioni, nella versione definitiva<sup>29</sup>, il Comitato di Basilea ha imposto alle banche che intendono adottare modelli interni, il rispetto di precisi limiti qualitativi e quantitativi nella costruzione dei modelli stessi, che, pur lasciando in linea di massima alle aziende di credito la possibilità di scegliere il sistema che meglio si adatta alle loro esigenze operative, circoscrive in maniera abbastanza rigida la discrezionalità riguardo alla scelta dei parametri fondamentali alla base del modello adottato. Banca Italia, nel testo definitivo<sup>30</sup> impone alle banche che intendono passare dal modello standard di misurazione a quello interno il rispetto di una procedura specifica che impone la presentazione del modello corredato da tutte le informazioni tecniche e statistiche, nonché dalle valutazioni compiute dal consiglio di amministrazione della banca riguardo la robustezza e l'affidabilità del metodo prescelto. Banca d'Italia compie quindi una verifica dei criteri quantitativi e qualitativi e dispone il rigetto, l'accoglimento o l'imposizione di alcune modifiche ove esse risultino necessarie per la corretta misurazione dell'esposizione patrimoniale.

I limiti qualitativi consistono innanzitutto, nelle disposizioni organizzative che le banche sono tenute a rispettare per il passaggio dal modello standard al modello interno di misurazione; in particolare deve essere costituita una unità di controllo del rischio indipendente che sia anche responsabile della realizzazione e del monitoraggio del sistema di misurazione. Tale unità deve avere rapporti frequenti con l'alta direzione, dotando il management di informazioni periodiche e dettagliate sulla effettiva esposizione al rischio, affinché vengano adottate opportune operazioni di copertura. Inoltre, devono essere fornite da parte dell'istituto adeguate disponibilità per quanto riguarda le risorse umane e tecnologiche e tali risorse devono affiancare il personale a tutti i livelli operativi e essere utilizzate per l'aggiornamento del sistema e per la revisione periodica dell'efficienza. Compito dell'unità è infine quello di verificare costantemente l'integrazione del modello al processo quotidiano di gestione del rischio e garantire la rispondenza dell'approccio seguito non solo ai fini di vigilanza ma anche alle esigenze gestionali interne. Il modello dovrà quindi essere integrato alla specificazione dei limiti operativi delle varie unità e non applicato esclusivamente ai fini di vigilanza. Ciò costituisce un esplicito disincentivo verso quelle istituzioni che intendano passare all'utilizzo di un approccio interno solamente per ottenere una diminuzione dell'onere patrimoniale di vigilanza. Ulteriori limiti qualitativi sono fissati in merito alla specificazione dei fattori di rischio di mercato. L'organo di vigilanza raccomanda alle banche di adottare un stima dei fattori di rischio che sia capace di cogliere tutti i rischi rilevanti, connessi con il portafoglio di posizioni di negoziazione in bilancio e fuori bilancio.<sup>31</sup> I fattori di rischio da rilevare sono: le variazioni dei tassi di interesse, dei tassi di cambio, dei corsi azionari, dei prezzi delle merci e quelle relative alle posizioni in opzioni.

---

<sup>26</sup>Il Gruppo dei Dieci è formato dai seguenti Paesi: Belgio, Canada, Francia, Germania, Giappone, Italia, Lussemburgo, Olanda, Regno Unito, Svezia, Svizzera, Usa. Fonte: Banca d'Italia

<sup>27</sup> Esprime il grado di certezza statistica con cui viene eseguita la valutazione. Maggiore è l'intervallo di confidenza, più la valutazione dovrebbe comprendere eventi estremi verificabili con bassa probabilità. Tale concetto sarà discusso ampiamente nel corso del capitolo seguente.

<sup>28</sup> Quando non specificato useremo i termini capitale a rischio e valore a rischio, come sinonimi. Vedi Saita F., 1997, "Dal value at risk al capitale a rischio...", in "La misurazione e la gestione dei rischi di mercato", a cura di Sironi A. e Marsella M. pg. 491 e ss.

<sup>29</sup> Comitato di Basilea, 1996, "Emendamento all'accordo sui requisiti patrimoniali per incorporarvi il rischio di mercato". Unione Europea, 1998, Direttiva n.98/31/CE del 22/06/1998

<sup>30</sup> Vedi Banca Italia, 2000, "Istruzioni di vigilanza", Febbraio 2000

<sup>31</sup> Banca d'Italia, "Un approccio basato sui modelli interni per l'applicazione dei requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato", Bollettino Economico, 25 Ottobre 1995

Un principio fondamentale della normativa riguarda il livello di analiticità adottato nella stima dei fattori di rischio, che deve essere commisurato alla natura e alla portata del rischio assunto. In tal modo, la banca che detiene un vasto portafoglio di posizioni sensibili a variazioni dei tassi di interesse, non può limitare il calcolo di tale rischio solo sulle sei fasce di scadenza consigliate dal comitato di vigilanza, ma è tenuta a specificare un numero di classi di rischio corrispondente alla complessità e alla numerosità dei flussi sensibili.

Il Comitato di Basilea, nella sua proposta, fissa anche alcuni criteri quantitativi che i modelli interni hanno l'obbligo di rispettare. Essi riguardano: il periodo di detenzione della posizione che viene mantenuto, al pari di quello determinato per il test preliminare, in due settimane (dieci giorni lavorativi). In questo periodo temporale il portafoglio della banca soggetto a misurazione viene supposto costante. Questo approccio riguardante la definizione dell'holding period della posizione è fondamentale per comprendere che le ottiche e le esigenze dell'organo di vigilanza e del management bancario non sempre coincidono. Il management della banca, in condizioni normali di mercato, è interessato a variazioni giornaliere dell'esposizione, dato che esso può decidere, in genere, l'eventuale copertura con la medesima base temporale di riferimento. La vigilanza è invece interessata a valutare la posizione in periodi temporali più estesi, dato che, la posizione stessa può divenire illiquida, a causa di condizioni particolari del mercato. Nella versione finale del documento<sup>32</sup>, presentata nel gennaio del 1996, come risposta alle numerose critiche sollevate dalle istituzioni bancarie, il Comitato riconosce alle banche la possibilità di adottare un orizzonte di calcolo dell'holding period diverso da quello proposto, pari a dieci giorni,

ma con l'obbligo di ricondurlo su base decadale moltiplicando l'esposizione giornaliera per  $\sqrt{10}$ . Un discorso analogo può essere fatto per il periodo di osservazione adottato nel monitoraggio delle variazioni storiche dei prezzi, chiamato anche orizzonte temporale. Esso può variare da banca a banca in base alle strategie perseguite. L'adozione di un orizzonte temporale breve per la stima della volatilità storica dei prezzi indica, che la banca, è interessata ai movimenti recenti dei prezzi. In periodi di forte volatilità, il modello incorpora le variazioni anomale generando una misura del rischio più prudentiale. Al contrario, un modello con orizzonte temporale lungo stima le volatilità dei prezzi senza essere influenzato da movimenti eccezionali, dato che essi vengono diluiti in un intervallo di analisi più lungo.

La normativa di vigilanza specifica inoltre un livello di confidenza che determina il livello di protezione del modello. L'intervallo è fissato al 99% e vale senza eccezione per qualunque modello adottato. Questo significa che, in base alle stime fatte su prezzi e volatilità, la possibilità che la perdita maggiore superi quella stimata dal modello deve essere dell'1%.

Uno dei punti della proposta originaria maggiormente criticato è quello in cui non si prevede la possibilità di tenere conto degli effetti di portafoglio. Pur essendo quest'ultima, una teoria finanziaria oramai generalmente affermata, le ipotesi del Comitato di Basilea sono che, in condizioni di mercato anomale i coefficienti di correlazione fra fattori di rischio diversi cambiano in maniera alquanto imprevedibile. La questione è complessa in quanto non esiste teoricamente un coefficiente di correlazione che sia più o meno prudente; stabilire un coefficiente nullo tra mercato azionario e tassi di interesse può non essere una stima prudente se la banca detiene posizioni corte su entrambi gli strumenti.<sup>33</sup>

La soluzione definitiva data dall'organo di vigilanza consiste nel dotare le banche di una certa discrezionalità nello stabilire ipotesi di correlazione all'interno delle stesse classi di rischio, e di stabilire limiti più severi per correlazioni adottate per classi di rischio diverse. All'interno delle medesime classi di rischio le banche possono usare le ipotesi di correlazione che ritengono più opportune, previo giudizio della stessa autorità di vigilanza. Per classi di rischio diverse la metodologia da adottare è invece quella della sommatoria semplice dei valori a rischio, supponendo quindi correlazione nulla.

La conseguenza delle incertezze appena delineate riguardo la corretta implementazione della normativa di vigilanza, ha condotto le autorità stesse a ritenere che le esigenze prudenziali risultano soddisfatte solo se il requisito patrimoniale determinato autonomamente dalle banche viene moltiplicato per un fattore che è stato individuato nella misura minima di 3. Tale fattore può essere però elevato se l'analisi ex-post dell'attendibilità del modello usato presenta dei margini di errore troppo ampi, verificati da test retrospettivi che le banche stesse devono compiere obbligatoriamente e a intervalli di tempo specificati (trimestralmente). In tale modo le banche

dovrebbero essere incentivate a produrre modelli di misurazione dotati di elevata capacità previsiva. Ad esempio, se il valore a rischio in una giornata risulta pari a 1000, con un livello di confidenza del 99%, il modello dovrebbe presentare ogni anno eccezioni, cioè perdite superiori a 1000, in media in soli 2,5 (3) giorni (anno composto da 250 giorni lavorativi). Se le eccezioni si realizzano per un numero di volte superiore a 2,5 l'organo di vigilanza può aumentare, proporzionalmente al numero degli errori, il fattore di moltiplicazione del requisito patrimoniale<sup>34</sup>.

Una ulteriore specificazione viene data dal Comitato di Basilea il quale stabilisce un limite inferiore al requisito patrimoniale. Le banche sono obbligate a soddisfare su base giornaliera un requisito patrimoniale pari al maggior valore che risulta dal confronto tra il capitale a rischio del

---

<sup>32</sup> Comitato di Basilea, 1996, "Emendamento dell'accordo patrimoniale per incorporarvi i rischi di mercato", gennaio 1996

<sup>33</sup>Banca d'Italia, "Un approccio basato sui modelli interni per l'applicazione dei requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato", Bollettino Economico, 25 Ottobre 1995

<sup>34</sup> Vedi Rigoni U., 1998, "Rischio e copertura patrimoniale nelle banche", pg.127

giorno precedente e la media dei valori a rischio calcolati negli ultimi 60 giorni, moltiplicata per il fattore di moltiplicazione stabilito dall'autorità stessa.

Questo limite permette di tenere conto, nella stima del valore a rischio, di periodi caratterizzati da forte volatilità in cui si rischia, ricorrendo alla misura giornaliera, di sottovalutare gli eventuali movimenti negativi che si sono verificati nel periodo immediatamente precedente.

Infine, risulta importante sottolineare che l'eventuale scelta da parte delle istituzioni creditizie di utilizzare un modello interno deve essere attentamente ponderata e testata alla luce delle indicazioni finali contenute nell'emendamento del 1996. Si tratta di condizioni che impongono alle banche propense ad abbandonare il metodo standard, il rispetto di una stessa metodologia di valutazione per le misura di ciascuna classe di rischio. E' inoltre stabilito per le banche che hanno già adottato un modello interno per uno o più fattori di rischio, di estendere tale approccio al totale delle operazioni, per passare quindi ad un modello globale. Una volta adottato un modello globale non sarà più permesso tornare all'utilizzo del sistema standard di misurazione.

## 1.5. Conclusioni

Dalla analisi delle indicazioni degli organi di vigilanza e della conseguente evoluzione normativa emergono alcuni punti fondamentali da sottolineare.

L'obiettivo primario delle diverse indicazioni fornite agli istituti di credito è individuato nella volontà di rendere il patrimonio bancario sensibile ai diversi profili di rischio. Una ricerca condotta dallo stesso Comitato di Basilea nel periodo 1989 - 1996<sup>35</sup>, con lo scopo di verificare l'impatto dell'introduzione dei requisiti patrimoniali sulla dotazione di capitale delle banche, ha evidenziato un aumento medio del rapporto fra capitale di base e attivo ponderato per il rischio, per tutte le istituzioni creditizie analizzate. Questo incremento è stato determinato sia da una progressiva ricapitalizzazione, quando la congiuntura economica nei diversi Paesi ha permesso un ricorso al capitale di rischio in condizioni economiche, sia da un progressivo abbassamento del livello di rischio di portafoglio. La diminuzione della rischiosità dell'attivo è stata possibile attraverso una sua ricomposizione; l'abbandono di politiche di prestito poco attente al rischio dell'operazione a favore di una riallocazione delle risorse in attività liquide e a bassa probabilità di insolvenza. Ciò sta determinando un costante miglioramento delle caratteristiche strutturali del sistema bancario.

La recente attenzione rivolta dagli organismi di vigilanza alla regolamentazione dei rischi di mercato e la successiva decisione di permettere l'utilizzo dei modelli interni, ora prospettata anche per il rischio di credito, rappresenta certamente una importante svolta nell'atteggiamento delle autorità stesse.

Si è posto fine alla situazione di doppia misurazione, per quelle aziende che già utilizzavano modelli VAR per un controllo di gestione, ma che erano obbligate alle comunicazioni trimestrali in base ai requisiti standard di vigilanza. Ciò determina un abbattimento dei costi e una conseguente disponibilità aggiuntiva di risorse da dedicare all'affinamento delle tecniche e dei modelli. Infine, si è affermato definitivamente il nuovo approccio adottato dagli organismi di controllo, un approccio basato sulla vigilanza ispettiva, tesa a "certificare" determinati comportamenti piuttosto che ad impedirli.

Resta però da verificare se la maggioranza delle banche avrà la convenienza a passare ad un sistema di misurazione basato sui modelli interni, in maniera particolare quelle italiane, ancora poco attente alla valutazione dei rischi di mercato. E nel caso in cui ciò fosse conveniente, sarà fondamentale verificare se la finalità sarà solo quella di sfruttarne l'occasione, o anche quella di approfondire e integrare il processo di risk measurement con quello più ambizioso di risk management e allocazione efficiente del capitale; processo già intrapreso dalle maggiori istituzioni finanziarie internazionali e sbocco naturale delle misure VAR.

CAPITOLO 2 I modelli di misurazione del rischio di mercato

### 2. 1. Introduzione

La ricerca di una misura di rischio standard e omogenea, per valutare posizioni in strumenti finanziari diversi, non è certamente un problema banale.

L'origine di questo particolare filone di ricerca è riconducibile<sup>36</sup> al noto lavoro presentato da Maculay (Maculay G., 1938). L'autore indica nella duration modificata una misura sintetica e di immediata interpretazione dell'esposizione di un titolo obbligazionario a variazioni dei tassi di interesse. Seguono nel tempo numerosi altri contributi orientati alla quantificazione dei rischi finanziari che attraverso modelli più o meno sofisticati propongono diverse prospettive del problema. Ne sono un esempio le opere degli anni '50 e '60 di Graham e Dodd (Graham B., Dodd C., 1962) e in particolare di Markowitz (Markowitz H., 1952). Quest'ultimo, generalmente riconosciuto primo esponente della moderna teoria di portafoglio, fa notare che gli investitori non sono orientati soltanto alla massimizzazione del rendimento, altrimenti deterrebbero solo il titolo che presenta il profitto atteso più alto. Nella realtà invece detengono portafogli di titoli. Le scelte

<sup>35</sup> Comitato di Basilea, 1999, "Capital requirements and bank behaviour: the impact of Basle Accord", Working Paper n.1, Aprile 1999

<sup>36</sup> Drudi F., Generale A., Majnoni G., 1997, "Sensitivity of VAR measurement to different risk models", Temi di discussione del Servizio Studi di Banca Italia.

di investimento prendono in considerazione anche un altro fattore, che è il rischio. Per ogni soggetto esiste, in base alle preferenze individuali e alle opportunità di mercato, una combinazione di rendimento e rischio ottimale.

Le misure di rischio e rendimento individuate da Markowitz, che si prestano peraltro ad una semplice modellizzazione, sono la deviazione standard e la media dei rendimenti. Tali misure, in combinazione con alcune ipotesi circa il comportamento probabilistico delle variabili finanziarie (distribuzione normale dei rendimenti) che saranno trattate nel corso del capitolo,<sup>37</sup> descrivono in maniera formale il profilo rischio e rendimento di un qualunque investimento.

La deviazione standard di uno strumento finanziario è definita dalla variabilità dei rendimenti intorno alla media e costituisce ancora oggi la misura del rischio più utilizzata in campo finanziario. "La deviazione standard del rendimento di un titolo o di un portafoglio può essere determinata, fra l'altro, dalle deviazioni standard dei titoli che lo compongono, prescindere dalle distribuzioni (le distribuzioni di probabilità dei rendimenti, in statistica economica possono essere riassunte da alcune funzioni con determinati parametri fissi. [N.d.A.]).<sup>38</sup> Non esistono relazioni della stessa semplicità per la misura della variabilità".<sup>39</sup>

L'evoluzione dello studio di metodologie e modelli quantitativi in grado di fornire indicazioni sul rischio degli strumenti finanziari ha continuato a svilupparsi nell'ultimo ventennio grazie alle solide fondamenta teoriche poste dalla teoria di portafoglio, ma anche al forte progresso tecnologico che ha interessato gli strumenti di calcolo e di elaborazione dati. La realizzazione di modelli di risk measurement in ambito bancario richiede la predisposizione di un dettaglio insieme di informazioni, generalmente superiore a quello richiesto per la valutazione ex post dei risultati conseguiti da un generale processo di investimento o di gestione di risorse finanziarie. Molto spesso le difficoltà nel predisporre un dataware-house per l'osservazione dei flussi generati dall'operatività bancaria, ha reso difficile l'applicazione delle metodologie di analisi dei rischi, individuate dai vari approcci teorici.<sup>40</sup>

Il contributo maggiore in termini di innovazione gestionale e tecnologica, riguardo allo sviluppo e l'affinamento delle tecniche di risk management bancario, è certamente imputabile alle grandi banche d'affari americane come la J.P.Morgan, Citybank, Chase Manhattan, e Bankers Trust, che nei primi anni '80 hanno introdotto nella loro organizzazione un nuovo approccio gestionale focalizzato alla gestione del profilo rischio/rendimento tipico di ognuno dei business in cui l'impresa è orientata. Tale approccio è chiamato generalmente Business Risk Management<sup>41</sup> (BRM). Il BRM non impiega in realtà tecniche gestionali innovative, ma focalizza esattamente le misure e i criteri delle performance in maniera chiara e sintetica, con lo scopo di rendere appetibile agli investitori l'acquisto delle azioni della banca e di convincerli a mantenerle in portafoglio. La caratteristica dell'investimento desiderabile dal risparmiatore razionale deve essere quella di garantire un livello di redditività adeguato e una limitata variabilità dei rendimenti. Il manager dovrà quindi attuare un processo di gestione capace di soddisfare l'investitore, prestando attenzione non solo al ROE aziendale, ma anche al Beta specifico delle azioni<sup>42</sup> agendo sia sul profilo di rischio e rendimento che sulla volatilità dei risultati aziendali.

Questo risultato è perseguibile per mezzo di una segmentazione delle strategie operative della banca. Il mix prescelto presenterà un profilo di rischio e rendimento inferiore a quello determinato dalla semplice somma dei singoli profili di rischio e rendimento di ciascuno strumento, grazie all'effetto correlazione fra i vari asset.

Seguendo quest'ottica la scelta del mix ottimale determinerà il profilo di rischio e rendimento dell'istituto, date le condizioni di mercato e la disponibilità di patrimonio. E' appunto la disponibilità del patrimonio e la sua salvaguardia il limite principale all'espansione del capitale investito dalla banca, così come è l'integrità del capitale l'obiettivo ultimo del manager, della vigilanza e dell'azionista.

I modelli di BRM applicati ai rischi di mercato, tendono a determinare la massima perdita associata alle posizioni assunte dalla banca, in relazione ad un determinato lasso temporale di riferimento. La somma di tutte le esposizioni al rischio per le singole posizioni determina la perdita cui è sottoposto l'intero portafoglio bancario di attività. Questa misura, attualmente adottata in ambito operativo è detta VAR (Valore a Rischio).

La sua invenzione è generalmente riconosciuta a Dennis Weatherstone, un funzionario della banca d'affari J.P. Morgan. Esso era alla ricerca di una misura sintetica, semplice e intuitiva per comunicare al senior management l'esposizione al rischio del portafoglio di trading della banca. Ebbe quindi l'idea di abbandonare complicate misure contabili, per calcolare sulla base di semplici ipotesi una misura della massima perdita sostenibile in un certo intervallo di tempo.

Compito di questo capitolo sarà quello di approfondire le tematiche riguardanti il calcolo del VAR, indicando i principali limiti tecnici e operativi.

---

<sup>37</sup> Vedi pagina 51

<sup>38</sup> Vedi Mood M., Graybill A., Boes D., 1995, "Introduzione alla statistica", pg.95

<sup>39</sup> Sharpe W., 1978, "Investments", pg. 119

<sup>40</sup> Vedi in Lusignani G. 1996, "La gestione dei rischi finanziari nella banca", pg.401 e Ferrantelli M., 1995, "L'introduzione di un sistema di Asset Liability Management nell'organizzazione della banca", Banche e Banchieri, n.5/1995

<sup>41</sup> Marsella M., 1997, "Il risk management esce dall'Area Finanza", Banche e Banchieri, n. 3/1997

<sup>42</sup> Il ROE è un indicatore di rendimento dei mezzi propri dell'azienda. E' definito come il rapporto fra reddito netto e patrimonio netto. Il Beta è la componente di rischio di un investimento che trova remunerazione sul mercato, il cosiddetto rischio sistematico. Esso indica la misura in cui i rendimenti di un titolo variano sistematicamente al variare dei rendimenti di mercato. Vedi Fuller J, Farrel L., opere citate, pg. 83 e pg.191

## 2. 2. Ambito applicativo dei modelli VAR

La decisa affermazione dei modelli VAR nella realtà operativa delle istituzioni finanziarie, e anche non finanziarie, deriva essenzialmente dai molteplici utilizzi<sup>43</sup> e dalla relativa semplicità di implementazione di cui essi sono dotati.

Il primo vantaggio, che è anche quello che ha dato origine alle tecniche di valore a rischio per la misurazione del rischio di mercato, consiste nella possibilità di misurare in maniera omogenea il rischio che deriva dalla detenzione di posizioni in strumenti finanziari diversi e permettere ai diversi operatori di comunicare la propria posizione in termini di unità di rischio comune.

Per chiarire quest'idea si può fare l'esempio di due operatori, impegnati rispettivamente in posizioni lunghe in cambi e in titoli di stato. Il soggetto che voglia comunicare al collega l'esposizione potenziale del suo portafoglio, costituito da Buoni del Tesoro Poliennali, a movimenti avversi dei fattori di mercato, potrà riferirsi o alla relativa duration modificata o al valore nominale della posizione, fornendo in quest'ultimo caso un'informazione scarsamente utile. D'altronde, l'altro soggetto, che supponiamo sia impegnato nel trading di derivati sul dollaro potrà segnalare, oltre al valore della posizione, anche l'eventuale volatilità del sottostante o degli indicatori rho, theta, vega, gamma, indicativi della sensibilità del derivato stesso rispetto alle variazioni dei vari fattori di rischio caratterizzanti questo particolare strumento finanziario. Benché entrambi forniscano una misura discretamente oggettiva della rischiosità dell'investimento, nessuno dei due può stabilire, almeno in base ai parametri segnalati, la convenienza e l'opportunità di chiudere la posizione o semplicemente conoscere chi dei due sta rischiando di più in quel momento.

In questi termini il vantaggio appare evidente e immediato. L'utilizzo di tecniche VAR nell'ambito della normale operatività bancaria, permette, sia una comunicazione orizzontale, fra operatori di desk diversi, che una comunicazione verticale nei confronti dell'alta direzione, la quale è in grado di valutare in maniera omogenea l'esposizione complessiva del portafoglio della banca e agire tempestivamente nel caso in cui il profilo di rischio non sia accettato. L'eventuale ricomposizione del portafoglio effettuata attraverso un processo di fine-tuning evidenzierà l'apporto marginale della nuova posizione in termini di rischiosità e rendimento nella stessa unità di misura utilizzata per tutti gli altri asset.<sup>44</sup> (marginal VAR)

Altro vantaggio delle tecniche VAR, accennato al punto precedente, è quello di consentire la determinazione di limiti all'assunzione del rischio, che possono ad esempio, essere impartiti dall'alta direzione ai vari desk all'inizio della settimana lavorativa, comunicando semplicemente attraverso un valore espresso nella valuta desiderata, la massima esposizione che il soggetto operativo può assumere. L'operatore, in base al capitale assegnato, al grado di sensibilità della singola posizione e al livello di volatilità del relativo fattore di mercato, è capace di valutare autonomamente il rischio complessivo del portafoglio senza essere privato peraltro, della autonomia necessaria per sfruttare le eventuali opportunità di mercato.<sup>45</sup> Questo tipo di approccio risulta quindi coerente con un nuovo criterio di assunzione del rischio, legato più alla volatilità dei mercati finanziari che alla semplice somma delle posizioni nominali, dove l'esposizione al rischio cresce invece all'aumentare del numero delle operazioni effettuate. La conseguenza è che le diverse business unit vedranno diminuire in modo automatico i margini di operatività in momenti di forte volatilità del mercato, limitando l'intervento delle unità gerarchicamente superiori.

Altra finalità dei modelli VAR, cui è necessario fare riferimento, deriva dalla capacità di permettere il calcolo di misure di reddito corrette per il rischio. Tale applicazione costituisce un importante supporto al tradizionale controllo di gestione nonché alla capital-allocation. Essa è comunemente chiamata risk - adjusted performance measurement (RAPM), e il suo sviluppo, avvenuto principalmente nelle istituzioni bancarie estere dove il VAR rappresenta già da molti anni il fulcro delle politiche di asset allocation, ha condotto a diversi indicatori di rischio-rendimento. Un esempio è costituito dal RAROC (Risk Adjusted Return on Capital).<sup>46</sup> Esso rappresenta un indicatore che permette di rapportare i risultati reddituali raggiunti da una unità operativa ai rischi e al capitale impiegato. In altri termini, il risultato economico ottenuto dalla posizione è rapportato non alla semplice posizione nominale ma al capitale posto a rischio (CAR). La scelta di una misura di rischio appropriata a questo scopo sembra essere la massima perdita potenziale associata alla posizione, cioè il VAR. Un esempio aiuterà a focalizzare tale strumento di analisi.

Supponiamo che un operatore sia attivo nel future sull'indice MIB30 a tre mesi e consegua su base annua un utile di 10 miliardi a fronte di una esposizione media di 200 miliardi. Calcolando la redditività della posizione in base alle posizioni nominali si ottiene un rendimento del 5% annuo

---

<sup>43</sup> Vedi in Sironi A., Saita F., 1998, " Dal risk management all'allocation del capitale: un percorso ad ostacoli", *Bancaria*, n. 5/1998

<sup>44</sup> J.P.Morgan/Reuters, 1996, "RiskMetrics™ - Technical Document", Chapter 1, pg.3

<sup>45</sup> Sironi A., Saita F., opere citate., pg. 68

<sup>46</sup> Vedi Cerchiara A., Fasolino G., Proietti M., Sportello A., 1997, "Gestione dei rischi e redditività della tesoreria. La definizione di benchmark efficienti per i diversi rami di attività", in *Credito Popolare*, n. 4/1997

( $200 = 0.05$ ). Per calcolare invece il rendimento aggiustato per il rischio occorre rapportare il guadagno di 10 miliardi alla rischiosità della posizione. L'indice di rischio da utilizzare è la volatilità media annua dello strumento, che supponiamo sia del 8%. Il VAR della posizione risulta dunque determinato attraverso il prodotto tra un multiplo della volatilità, che permette di definire un intervallo di confidenza della stima e l'esposizione media della posizione. In altri termini il valore a rischio è espresso da  $2.3347 \cdot 0.08 \cdot 200$  Miliardi = 37.28 Miliardi, e quindi il

$$10$$

relativo rendimento aggiustato per il rischio è di  $\frac{37.28}{10} = 26.82\%$ .

I vantaggi dell'utilizzo di tali misure sono evidenti se rapportati ai tradizionali metodi di allocazione del capitale. In primo luogo, le misure di performance aggiustate per il rischio identificano il reale contributo di ogni business unit alla redditività complessiva dell'istituto, tenendo conto dei rischi assunti e permettendo, nel caso in cui le misure sono stimate anche ex-ante il disallineamento fra gli obiettivi conseguiti e il benchmark adottato. Questo permette di orientare l'operatività della banca verso le aree con risultati coerenti al profilo di rischio dell'istituto, nonché, garantire una remunerazione adeguata al capitale di rischio compatibile con le condizioni e le aspettative del mercato.

Infine, altra caratteristica della nuova metodologia è quella di permettere, alla luce delle recenti normative di vigilanza, l'identificazione del grado di rischio assunto e la relativa patrimonializzazione in maniera coerente alle esigenze dell'istituto, superando le inevitabili distorsioni che determina l'applicazione e il rispetto di una disciplina meramente prudenziale e non funzionale.<sup>48</sup>

### 2. 3. I modelli di Valore a Rischio

I modelli VAR pur assumendo diverse denominazioni a seconda dell'istituzione presso la quale sono utilizzati o per l'adozione di particolari specifiche tecniche, sono definiti da alcune caratteristiche comuni.

Le diverse tecniche di valore a rischio (Capital at Risk, CAR; Daily Earnings at Risk, DEAR; Value at Risk, VAR) hanno come obiettivo quello di determinare la massima perdita potenziale che, una posizione o un portafoglio, può subire in un determinato arco temporale e per un certo intervallo di confidenza statistica.

Premettendo fin da ora che non esiste a priori una misura che sia in termini previsivi migliore delle altre, occorre puntualizzare che, ognuna di esse, utilizza tecniche e ipotesi differenti, che saranno preferite in base agli obiettivi dell'utente e alle caratteristiche specifiche degli strumenti finanziari oggetto delle valutazioni.

I principali approcci di valutazione basati sulle tecniche di valore a rischio sono riconducibili a due categorie.

La prima categoria è quella che comprende le tecniche basate su metodi analitici o parametrici, nei quali l'approccio seguito è di natura statistica.

La misura si basa, infatti, sulla stima della distribuzione di probabilità dei rendimenti delle varie attività presenti in portafoglio e utilizza il grado di correlazione esistente fra i vari asset e i vari liabilities per determinare la posizione di rischio complessiva del portafoglio. L'ipotesi fondamentale di tali modelli consiste nel fatto che, si subordina la validità dei risultati, all'assunzione di una distribuzione normale dei rendimenti degli strumenti in portafoglio (modelli asset-normal). All'ipotesi di normalità dei rendimenti è associata l'ipotesi che i rendimenti stessi seguono un processo di random walk. Queste caratteristiche, come si vedrà nel corso del capitolo, sono alla base delle numerose critiche rivolte ai modelli parametrici.

Nonostante i problemi appena citati l'approccio parametrico, chiamato anche approccio varianze - covarianze è attualmente utilizzato dalla banca J.P.Morgan attraverso la metodologia RiskMetricsTM, considerata generalmente la capostipite della generazione dei modelli di tipo analitico o parametrico.

La seconda tipologia di modelli è invece quella che comprende gli approcci basati sulle simulazioni.

Mentre tutti i modelli parametrici si basano su di una stima locale, in quanto misurano la sensibilità di uno strumento finanziario o di un portafoglio per variazioni infinitesimali dei fattori di rischio, i modelli di simulazione sono definiti modelli di full-valuation o rivalutazione piena. La loro caratteristica principale consiste nella rivalutazione piena di tutte le posizioni al variare dei fattori di mercato, dove la dinamica dei prezzi dei fattori di mercato è generata da appropriati

<sup>47</sup> Rappresenta il numero di deviazioni standard necessarie per affermare in termini probabilistici e facendo riferimento ad una distribuzione normale, che la confidenza statistica è del 99%. Vedi Capitolo 2, Paragrafo 2

<sup>48</sup> Vedi Dangi T., Lehar A., 2000, "Basle accord vs. Value at risk regulation in banking", in Working Paper of Center of Central European Financial Markets.

modelli di pricing basati o su dati storici (tecniche di simulazione storica) o sulla generazione di scenari a hoc (tecniche Monte Carlo).

La rivalutazione piena, pur non essendo priva di difetti, supera i problemi relativi alla forma effettiva della distribuzione di probabilità dei rendimenti. Questo, semplicemente perché, non assume una particolare forma o coerenza statistica della curva dei rendimenti, che deriva invece dalla valutazione diretta di tutti gli strumenti presenti in portafoglio. La rivalutazione è effettuata attraverso il repricing degli asset attuali a fronte delle variazioni dei fattori di mercato intervenute nel periodo storico scelto. In questo modo si individua una serie temporale di valori e l'intervallo di confidenza desiderato è ottenuto semplicemente attraverso il "taglio" della serie temporale derivante dal repricing del portafoglio, opportunamente ordinata dalla variazione peggiore a quella migliore. Il taglio della distribuzione nel punto corrispondente al percentile desiderato, consente di lasciare alla sinistra un numero predefinito di variazioni worst-case. L'intervallo di confidenza nel modello parametrico è ottenuto invece moltiplicando la deviazione standard della distribuzione per una costante che ne determina l'ampiezza. Si ipotizza infatti, una distribuzione normale dei rendimenti, che può essere descritta interamente tramite due soli parametri: la media e la deviazione standard. In particolare la scelta di una costante elevata cui moltiplicare la deviazione standard corrisponde ad una protezione superiore verso eventi distanti dalla media, quindi fenomeni a bassa probabilità di realizzazione, ma caratterizzati da alta intensità in valore.

La scelta dell'intervallo di confidenza, come si vedrà nel prossimo paragrafo, dipende dall'atteggiamento verso il rischio della banca che utilizza il modello.

In generale gli approcci di simulazione possono essere tutti ricondotti a tre metodologie principali: la simulazione storica, la simulazione Montecarlo e le prove di stress.

### 2.3.1. Gli approcci parametrici. L'approccio Varianze Covarianze

L'approccio Varianze-Covarianze rappresenta un modello di misurazione dei rischi di mercato che, fra quelli basati su metodologia VAR, può essere considerato il più usato e conosciuto presso le istituzioni finanziarie.<sup>49</sup> La diffusione e la popolarità di cui dispone derivano innanzi tutto da alcuni fattori: è stato sostanzialmente il primo approccio utilizzato dalle banche che hanno intrapreso metodologie interne di gestione del rischio e quindi risulta il più testato in ambito operativo. La misura di rischio ottenuta è inoltre di immediata comprensione. Essa è espressa in termini monetari e sintetizza in un solo numero, l'esposizione totale di un portafoglio a vari fattori di rischio. Altro fattore di successo deriva dalla decisione della banca d'affari J.P.Morgan di rendere pubblici e gratuitamente disponibili,<sup>50</sup> dal 1994, i dati e le caratteristiche tecniche principali necessari per la sua implementazione. Ciò ha sicuramente determinato un punto di partenza per una applicazione omogenea e standardizzata del modello presso altre istituzioni finanziarie.

In termini generali l'approccio varianze-covarianze intende misurare il valore a rischio di una posizione o di un portafoglio di strumenti finanziari attraverso il prodotto fra il valore di mercato della  $i$ -esima posizione ( $VM_i$ ), un coefficiente di sensibilità ( $\delta_i$ ), determinato dalla stima della variazione del valore della posizione rispetto al relativo fattore di rischio e il coefficiente di variabilità dei rendimenti del fattore di rischio, individuato dalla relativa deviazione standard ( $\sigma_i$ ).

In termini analitici  $\delta_i$  rappresenta la derivata prima di  $VM_i$  rispetto al rendimento del fattore di rischio. Facendo un esempio, nel caso della valutazione della posizione a rischio di un titolo obbligazionario,  $\delta_i$  sarà la relativa duration modificata.

In altri termini:

$$VAR_i = VM_i \delta_i \alpha \sigma_i \quad (1)$$

dove  $\alpha$  corrisponde alla costante che determina l'intervallo di confidenza desiderato.

Tale approccio, costituisce l'impostazione generale di un tipico modello varianze covarianze. La posizione di rischio totale deriva dunque dal fattore di volatilità  $\sigma_i$ , la deviazione standard dei rendimenti (giornaliera se si vuole calcolare una misura di VAR giornaliera) del fattore di mercato e dal relativo parametro di confidenza statistica che determina l'ampiezza delle variazioni potenziali dei fattori di rischio.<sup>51</sup> Il vantaggio di poter disporre di una stima della massima perdita probabile utilizzando solamente i parametri di variabilità e sensibilità deriva dalle particolari ipotesi teoriche assunte riguardo la distribuzione delle variazioni potenziali dei fattori di rischio. Si ipotizza, infatti, che i rendimenti dei fattori di mercato siano distribuiti normalmente. Le caratteristiche della distribuzione normale, come si vedrà nel corso del capitolo, permettono di utilizzare i soli parametri di media e deviazione standard, ma tale ipotesi se da un lato garantisce una relativa semplicità d'implementazione dall'altro costituisce il limite più forte del modello. Una seconda ipotesi riguarda la relazione tra posizione  $i$ -esima e il relativo fattore di rischio, che è supposta lineare. Tale ipotesi, fondamentale nella struttura teorica del modello, consente di esprimere la rischiosità di un portafoglio composto da diverse posizioni sensibili a diversi fattori di rischio attraverso l'utilizzo dei coefficienti di correlazione, quindi come

<sup>49</sup> Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 134

<sup>50</sup> Il documento tecnico è scaricabile dal sito: <http://www.riskmetrics.com/research/techdoc/index.cj>

<sup>51</sup> Ad esempio, moltiplicare la deviazione standard per 2.33, equivale a stimare un valore a rischio con un intervallo di confidenza statistica del 99%.

combinazione lineare di variabili normali. Questo determina che la distribuzione dei rendimenti di portafoglio sarà rappresentata anch'essa da una distribuzione normale, dato che la combinazione lineare di variabili normali conduce ad una variabile normale.<sup>52</sup> L'ipotesi di normalità permette di individuare nella distribuzione potenziale del portafoglio il relativo percentile desiderato, che determina la confidenza statistica della stima di massima perdita.

In generale il VAR di un portafoglio può essere calcolato sulla base di tre impostazioni differenti: l'approccio Portfolio - Normal, l'approccio Asset - Normal e quello Delta - Normal.<sup>53</sup>

In termini generali il valore del capitale a rischio è dato dalla soluzione alla seguente formula, valida per tutti e tre gli approcci considerati:

$$\text{VAR} = \text{VMp} \alpha \sigma_p \sqrt{t} \quad (2)$$

dove VMp è il valore di mercato del portafoglio,  $\alpha$  individua il livello di confidenza,  $\sigma_p$  corrisponde alla deviazione standard dei rendimenti su base annuale mentre t è il periodo di detenzione della posizione (holding period) espresso in frazione di anno.

#### 2.4.1. Il metodo Portfolio Normal

Il primo modello (Portfolio Normal) si basa sull'ipotesi che i rendimenti di portafoglio siano distribuiti normalmente con media e varianza costanti.

In altri termini:

$$\Delta R_p \approx N(\mu_p; \sigma_p)$$

e in base alle proprietà della distribuzione normale, l'intervallo di confidenza può essere espresso come multiplo della deviazione standard.<sup>54</sup>

L'ipotesi che i rendimenti di portafoglio, e non delle singole posizioni, seguono una distribuzione normale può essere realmente verificata solo se ricorrono alcune condizioni. In primo luogo la composizione di portafoglio deve essere ben diversificata e contenere posizioni caratterizzate da una distribuzione dei rendimenti ampiamente simmetrica,<sup>55</sup> come accade ad esempio per un insieme di crediti al consumo, in cui le singole distribuzioni di frequenza assumono la forma binomiale,<sup>56</sup> o per un portafoglio composto da titoli azionari.<sup>57</sup> Altra condizione è quella di considerare la composizione dello stesso portafoglio costante. Ciò permette di identificare i parametri di media e deviazione standard stabili nel tempo. Può essere il caso ad esempio di una singola business unit di una banca o di un portafoglio azionario di un fondo comune a gestione passiva in cui l'operatività e i prodotti trattati permettono di ipotizzare una composizione stabile del portafoglio detenuto e una serie temporale di profitti/perdite distribuita normalmente.<sup>58</sup>

#### 2.4.2. Il metodo Asset Normal

Il secondo approccio (Asset Normal) è quello utilizzato dalla J.P. Morgan con il progetto RiskMetrics™. La differenza fondamentale rispetto al modello precedente risiede nella stima dei coefficienti di deviazione standard. Nell'approccio Asset Normal la misura di variabilità dei rendimenti di portafoglio deriva dalla stima della volatilità dei rendimenti degli strumenti in esso contenuti.<sup>59</sup> L'aggregazione dei coefficienti avviene attraverso il prodotto matriciale fra il vettore dei pesi ( $\omega$ ) = (N x 1), determinato dal rapporto fra il valore di mercato della posizione i -

$$\omega_i = \frac{VM_i}{VM_p}$$

esima e quello dell'intero portafoglio ( $\sum$ )<sup>60</sup> e la matrice  $\Sigma$  contenente gli N x N termini di covarianza fra i rendimenti delle diverse posizioni.<sup>61</sup>

<sup>52</sup> Vedi Mood A., Graybill. F., Boes D., 1995, "Introduzione alla statistica" pg. 185

<sup>53</sup> Alexander C., 1996, "The Handbook of Risk Management and Analysis", pg. 216

<sup>54</sup> Tale proprietà sarà approfondita nel corso del capitolo

<sup>55</sup> Vedi pagine 51 e ss.

<sup>56</sup> La distribuzione di un ampio portafoglio composto da variabili distribuite in modo binomiale tende ad una distribuzione normale. Vedi Mood A., Graybill. F., Boes D., opere citate, pg. 98

<sup>57</sup> Il comportamento del rendimento di un titolo azionario può essere approssimato da un processo casuale (random walk), esso è distribuito normalmente, con media e varianza costanti. Si veda nelle pagine seguenti.

<sup>58</sup> Confr. Alexander C., opere citate, pg.216

<sup>59</sup> Confr. J.P. Morgan/Reuters, 1996, "RiskMetrics™-Technical Document", pg. 123 e pg. 46

<sup>60</sup> La metodologia di stima dei pesi dei singoli fattori usata da RiskMetrics™ è fondamentale per la sua accuratezza. Essa viene chiamata Cash Flows Mapping e ha l'obiettivo di ricondurre gli

In altri termini: 
$$VAR = \alpha \sigma_p \sqrt{t}$$

con 
$$\sigma_p = \sqrt{\omega' \Sigma \omega}; \quad 62$$

L'ipotesi di normalità in questo caso, a differenza dell'approccio precedente, riguarda la distribuzione congiunta<sup>63</sup> tra i rendimenti condizionali<sup>64</sup> delle N posizioni e le relative varianze. In altri termini:

$$R_i = [N \times 1] \approx N(0; \Sigma);$$

dove 0 è il vettore dei rendimenti attesi che sono supposti pari a zero<sup>65</sup> e  $\Sigma$  è la matrice varianza covarianza fra gli stessi rendimenti, definita nel modo seguente:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Da ciò deriva, come nel modello precedente, che la distribuzione dei rendimenti di portafoglio mantiene la stessa caratteristica di normalità, la combinazione lineare di variabili normali è normale (proprietà della stabilità)<sup>66</sup>, coerentemente alle ipotesi del Capital Asset Pricing Model.<sup>67</sup> Essa è identificata dai parametri di media e deviazione standard indicati di seguito:

$$\begin{aligned} \mu_p &= \omega' \mu \\ \sigma_p^2 &= \omega' \Sigma \omega; \end{aligned}$$

dove  $\omega' = [1 \times N]$  è la trasposta del vettore  $\omega = [N \times 1]$ .

Un evidente problema dell'approccio appena descritto, deriva dalla mancanza di linearità dei pay off. Come si vedrà nelle pagine successive (modelli non parametrici) l'esistenza di strumenti con pay - off non lineare (ad esempio un contratto di opzione) pregiudica l'uso del metodo Asset Normal. Un secondo problema deriva invece dall'elevata dimensionalità del portafoglio. Nel caso in cui il numero degli strumenti sia molto elevato rispetto ai fattori di rischio sottostanti risulta più conveniente basare la stima della volatilità sui rendimenti dei fattori di rischio invece che sulle singole posizioni. Attraverso una operazione di mapping<sup>68</sup> le poste a rischio sono scomposte nei flussi principali e successivamente ricondotte ai fattori di rischio comuni, attraverso il calcolo di un rapporto di sensitività fra il flusso i - esimo e il relativo fattore di rischio. Tale metodologia identifica un ulteriore approccio di misura parametrica del valore a rischio, chiamato Delta Normal.

#### 2.4.3. Il metodo Delta Normal

innumerevoli flussi generalmente presenti in un portafoglio diversificato in un numero limitato di cash flow, al fine quindi di diminuire la dimensione del problema e individuare i rispettivi fattori di rischio determinanti. Per un approfondimento di tale metodologia si veda J.P.Morgan/Reuters, opere citate, pg. 107-119, inoltre si veda Mignacca D.,1998, "Il Mapping dei Cash Flow", in [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com) e il Paragrafo 2.3.1.2 di questo lavoro.

<sup>61</sup> Da ciò la definizione di matrice varianze covarianze. I termini sulla diagonale principale corrispondono infatti agli n termini di varianza.

<sup>62</sup> Vedi Fuller J, Farrel J, 1993, "Analisi degli investimenti finanziari", pg.58

<sup>63</sup> Distribuzione congiunta si riferisce al fatto che nel modello in questione l'ipotesi di normalità non riguarda i soli rendimenti, ma i rendimenti rapportati alla previsione delle volatilità. Vedi in Sironi A. Marsella M., opere citate, pg. 139 e in J.P.Morgan/Reuters, opere citate, pg. 23

<sup>64</sup> Rendimento condizionale è una misura che si differenzia dal rendimento semplice, in quanto, il primo è previsto tramite una formula regressiva e quindi varia nel tempo, il secondo è invece un dato costante. Vedi in Cancellieri G., Gambi E., 1996, "Probabilità e fenomeni aleatori", pg.29 e J.P. Morgan/Reuters, opere citate, pg.66

<sup>65</sup> Tale ipotesi non pregiudica l'affidabilità della stima. Vedi in Figlewsky S, 1997, "Forecasting Volatility" Financial Market Review e Rigoni U., 1998, "Rischio e copertura patrimoniale nelle banche", pg. 107,

<sup>66</sup> Morioni F., 1994, "Matematica finanziaria", pg. 289

<sup>67</sup> Vedi Fuller J. Farrel. J, opere citate, pg. 477 e ss.

<sup>68</sup> Vedi il paragrafo 2.3.1.2.

Nell'approccio Delta Normal la stima della volatilità del portafoglio deriva appunto dalle N misure di sensibilità fra gli N fattori di rischio (o di mercato). In altri termini dalla (2) si assume che:

$$\sigma_p = \sqrt{\delta' \Sigma \delta};$$

dove  $\delta$  corrisponde al vettore M x 1, con

$$\delta_i = \frac{\partial P(S)}{\partial S_i}; \quad (3)$$

mentre  $\Sigma$  corrisponde alla matrice M x M data dagli N2 - N termini di covarianza e gli N termini di varianza dei rendimenti dei fattori di mercato. La (3) rappresenta invece la sensibilità del valore del portafoglio P(S) al variare dell'i - esimo fattore di rischio. La deviazione standard di

portafoglio  $\sigma_p$  sarà data dunque, dalla combinazione lineare delle variabili S, dove

$$\Delta S \approx N(0; \Sigma \Delta t);$$

Le variazioni dei fattori di rischio nell'intervallo  $\Delta t$  seguono quindi una distribuzione normale con media zero e varianza individuata dalla matrice M X M. Segue che la distribuzione delle variazioni del portafoglio P assumerà una distribuzione normale e sarà quindi possibile determinare un intervallo di confidenza alla perdita massima, se e solo se la funzione di prezzo P(S), che lega il valore del portafoglio alle variazioni dei fattori di rischio, è lineare. Questa ipotesi costituisce il primo limite all'applicazione del modello. In particolare, se il portafoglio è caratterizzato dalla presenza di strumenti con pay - off non lineare, come ad esempio un contratto derivato o un coupon bond, la distribuzione dei rendimenti di portafoglio ottenuta dalla combinazione lineare dei fattori sottostanti, non garantisce la buona qualità della stima. L'approssimazione di primo ordine della (3) trascurando gli effetti di convessità (secondo ordine) e di ordine superiore, in particolare, per movimenti ampi dei fattori di rischio.<sup>69</sup> In questi casi l'ipotesi che la distribuzione dei rendimenti di portafoglio sia distribuita normalmente è inaccettabile.<sup>70</sup>

#### 2.4.4. Il metodo Delta Gamma

Per la valutazione del VAR di prodotti finanziari complessi il modello delta - gamma rappresenta una soluzione utilizzata anche da RiskMetricsTM.<sup>71</sup> Il modello in questione non si limita a considerare solamente la derivata prima del prezzo dello strumento rispetto al fattore di mercato ma considera anche l'eventuale convessità della relazione.<sup>72</sup> L'approssimazione di secondo ordine tenta di risolvere alcuni problemi che derivano dall'assunzione di linearità dei pay-off. Il delta dello strumento spesso ha alto gamma, nel senso che, il delta cambia notevolmente anche per movimenti locali.<sup>73</sup> Inoltre, il delta può muoversi con intensità diversa rispetto a movimenti positivi o negativi dei prezzi degli strumenti sottostanti.

In generale il VAR di una posizione i-esima approssimato al secondo ordine può essere riscritto nella seguente formula:

$$\text{VAR } i = \text{VM } i \left( \delta_i * \alpha * \sigma_i - \frac{\gamma}{2} * \alpha^2 * \sigma_i^2 \right),$$

<sup>69</sup> Per questo fatto spesso i modelli di valore a rischio basati su stime parametriche vengono detti a validità locale o a stima locale. Vedi Iacopozzi C., 1999, "L'utilizzo dei modelli VAR nelle banche per la gestione del rischio di mercato", Banche e Banchieri, n.1/1999

<sup>70</sup> Alexander C., opere citate, pg.218

<sup>71</sup> J.P. Morgan, opere citate, pg. 247

<sup>72</sup> Per un'esauriente presentazione del modello Delta Gamma si veda Alexander C., opere citate, pg. 205

<sup>73</sup> Tutti i modelli parametrici come quello varianze covarianze assumono movimenti locali dei fattori di rischio (approssimazioni locali in serie di Taylor, di primo o di secondo ordine), la loro validità teorica si scontra dunque con la reale capacità di incorporare nella stima le variazioni estreme del mercato. Tale limite viene superato dai modelli di valutazione piena che verranno esaminati nel prossimo paragrafo.

dove  $\lambda$  corrisponde alla derivata seconda del prezzo dello strumento al variare del fattore di rischio, gli altri parametri sono quelli della (1). In questo caso la valutazione di strumenti non lineari risulta più precisa ma sorgono altri problemi. Innanzitutto, in questo approccio cresce la complessità computazionale, la serie di dati da calcolare in un portafoglio cresce in maniera quadratica. Il limite maggiore è però costituito dalla perdita di normalità che deriva dall'utilizzo di approssimazioni quadratiche. La serie non segue più una distribuzione normale, ma una distribuzione<sup>74</sup> "chi-quadro".<sup>75</sup> Per fronteggiare questo problema esistono in letteratura<sup>76</sup> molte varianti del modello Delta Gamma. Quella utilizzata da RiskMetrics<sup>TM</sup> è semplice ed efficace: ricostruire una nuova distribuzione dal calcolo dei parametri effettivi di media, varianza, asimmetria e curtosi,<sup>77</sup> e calcolare in base alla nuova funzione il percentile desiderato. Infatti, il problema della perdita di normalità, consiste nel fatto che non è più possibile calcolare l'intervallo di confidenza attraverso un multiplo della deviazione standard.<sup>78</sup>

#### 2.4.5. L'ipotesi di Normalità della distribuzione dei rendimenti

Risulta ora opportuno fare una puntualizzazione sulle caratteristiche della distribuzione normale. La distribuzione normale è utilizzata in economia ma anche nelle scienze sociali poiché descrive, con buona approssimazione, l'andamento di variabili casuali quali, in questo caso, il rendimento di variabili finanziari, ma anche variabili demografiche come ad esempio l'altezza della popolazione in un certo territorio.

In particolare nei grafici seguenti vengono mostrati alcuni risultati empirici. I grafici in Figura 1 e 2 rappresentano le distribuzioni di frequenza dei rendimenti logaritmici rispettivamente del titolo Telecom Italia e del tasso di cambio Yen/\$, calcolate sui prezzi di chiusura nel periodo 1997 - 2000, ottenuti secondo la seguente:

$$R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} \quad 79$$

dove  $\ln P_t$  corrisponde al logaritmo naturale del prezzo al tempo  $t$ .

Le tabelle 2 e 3 riassumono invece i coefficienti statistici principali delle due distribuzioni, attraverso i valori di media, deviazione standard, asimmetria e curtosi. In particolare i parametri di asimmetria e curtosi (skewness, kurtosis) in statistica, rappresentano rispettivamente il momento terzo e quarto della distribuzione, normalizzati con il rispettivo valore della deviazione standard.<sup>80</sup> Un valore di asimmetria diverso da zero è caratteristico delle distribuzioni non centrate rispetto alla media campionaria. Il valore di curtosi evidenzia invece la presenza di code alte, cioè di valori estremi alla distribuzione che assumono frequenze superiori a quelle osservabili in una distribuzione normale.<sup>81</sup> Nei grafici 1 e 2 vengono mostrati i risultati dei test di normalità Quantile-Quantile Plot<sup>82</sup> ottenuti attraverso il software SPSS. Il test, in caso di normalità dei rendimenti avrebbe prodotto una sostanziale uniformità fra il plot delle osservazioni empiriche e quello teorico basato sulla distribuzione normale. Come si osserva dal Grafico in questione, nonché dall'istogramma dei rendimenti, comparato al fit della normale (Figura 1) risultano fenomeni di leptocurtosi, cioè di osservazioni fuori dal percentile teorico, in particolare nelle code della distribuzione. I rendimenti delle due variabili presentano caratteristiche diverse. Il titolo Telecom presenta un fenomeno di leggera asimmetria positiva ma la distribuzione, in base al valore di curtosi è caratterizzata da un'alta frequenza delle

<sup>74</sup> Per un approfondimento della distribuzione chi quadro si veda Cancellieri G., Gambi E., 1996, "Probabilità e fenomeni aleatori"

<sup>75</sup> Iacopozzi C., 1999, "L'utilizzo dei modelli VAR nelle banche per la gestione del rischio di mercato", Banche e Banchieri, n.1/1999

<sup>76</sup> Pichler S., Selitsch K., 1999, "A comparison of analytical VAR methodologies for portfolio that include options", Vienna University of Technology, Department of Finance, in [www.elsevier.nl](http://www.elsevier.nl)

<sup>77</sup> Per la definizione di asimmetria e curtosi si veda le pagine seguenti.

<sup>78</sup> "In the delta-gamma approach, we continue to assume that returns on securities are normally distributed, but allow for a nonlinear relationship between the position's value and the underlying returns. Specifically, we allow for a second-order or gamma effect, which implies that the distribution of the portfolio's relative change is no longer normal. Therefore, we cannot define VaR as 1.65 times the portfolio's standard deviation. Instead, we compute VaR in two basic steps. First, we calculate the first four moments of the portfolio's return distribution, i.e., the mean, standard deviation, skewness and kurtosis. Second, we find a distribution that has the same four moments

and then calculate the fifth percentile of this distribution, from which we finally compute the VaR.", J.P. Morgan, opere citate, Chapter 6, pg. 122

<sup>79</sup> Vedi Maspero D., 1997, "Un confronto tra modelli VAR alternativi su posizioni in valuta durante la crisi del Sistema Monetario Europeo", in Sironi A., Marsella M, opere citate, pg. 382. Vedi anche in Fontana P, Giudici P., 2000, "Un'applicazione del metodo Montecarlo per la valutazione statistica del value at risk", in [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com). Vedi anche a pag. 64 di questo capitolo.

<sup>80</sup> Vedi Capital Market Risk Advisor, 2000, "Measuring skewness and kurtosis"

<sup>81</sup> In una distribuzione normale il valore di curtosi è pari a 3. In questo caso viene indicato il valore di eccesso di curtosi. (Curtosi - 3)

<sup>82</sup> Vedi Mood A., Graybill F., Boes D., opere citate, pg.513

osservazioni intorno alla media (fenomeno di thin waist). I rendimenti del tasso di cambio presentano invece un alto valore di curtosi e una forte asimmetria negativa. La perdita di normalità di quest'ultima variabile è ben rappresentata dal relativo Q-Q Plot (Figura 2).

Figura 1 Distribuzione di frequenza del rendimento Telecom Italia  
 Fonte dati: DATASTREAM Grafico: nostra elaborazione (SPSS)

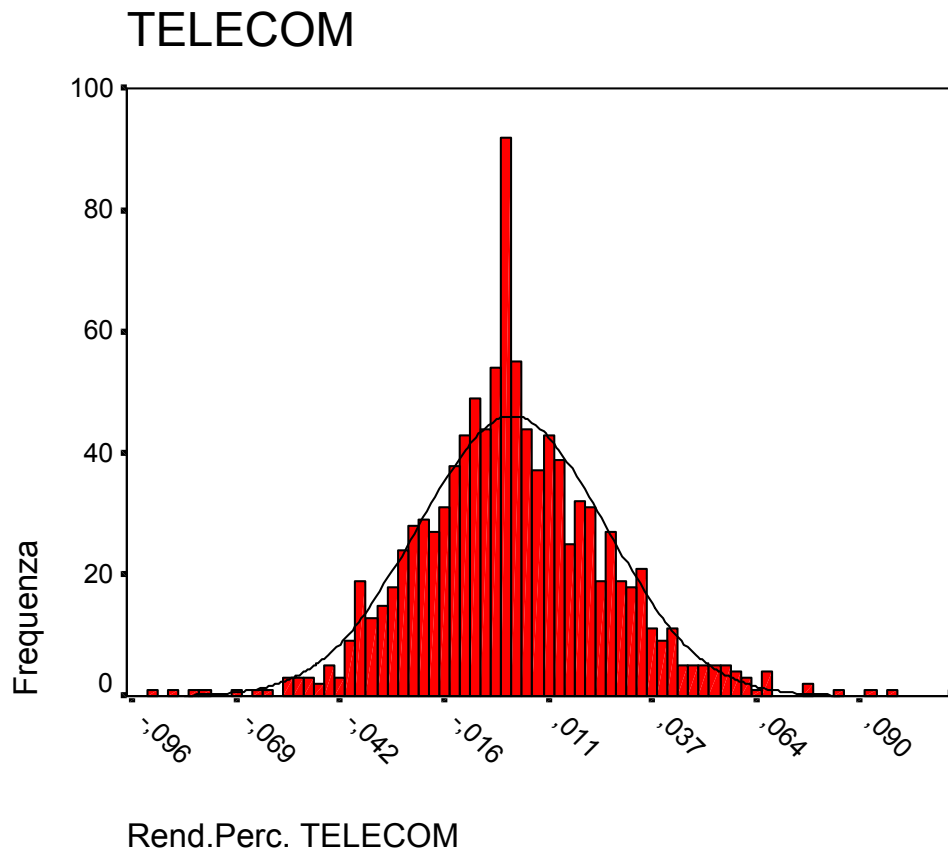


Tabella 2		Statistiche della Distribuzione Telecom Italia	
Statistiche			
TELECOM	(01/01/1997	29/12/2000)	
N			1043
Media			,0015
Deviazione std.			,0239
Asimmetria			,270
Curtosi			1,278

Figura 2  
 Grafico Q-Q Plot Rendimenti Logaritmici Telecom (01/01/97 - 29/12/00)  
 Fonte Dati:DATASTREAM Grafico:nostra elaborazione (SoftwareSPSS)

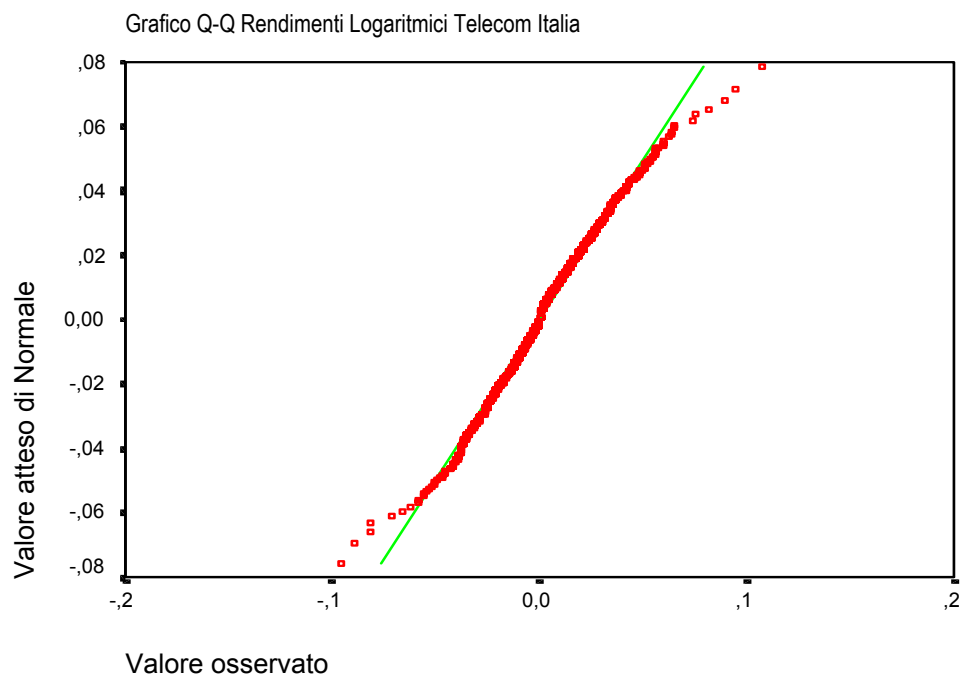


Tabella 3

Statistiche Rendimento tasso di cambio Yen/\$

N	RENDYEN\$ 1043
Media	,0000235
Deviazione std.	,0084533
Asimmetria	-,989
Curtosi	7,959

Figura 3

Distribuzione di frequenza Rendimento logaritmico cambio Yen/\$  
(01/01/97 - 29/12/00)

Fonte Dati: DATASTREAM Grafico: nostra elaborazione (Software SPSS)

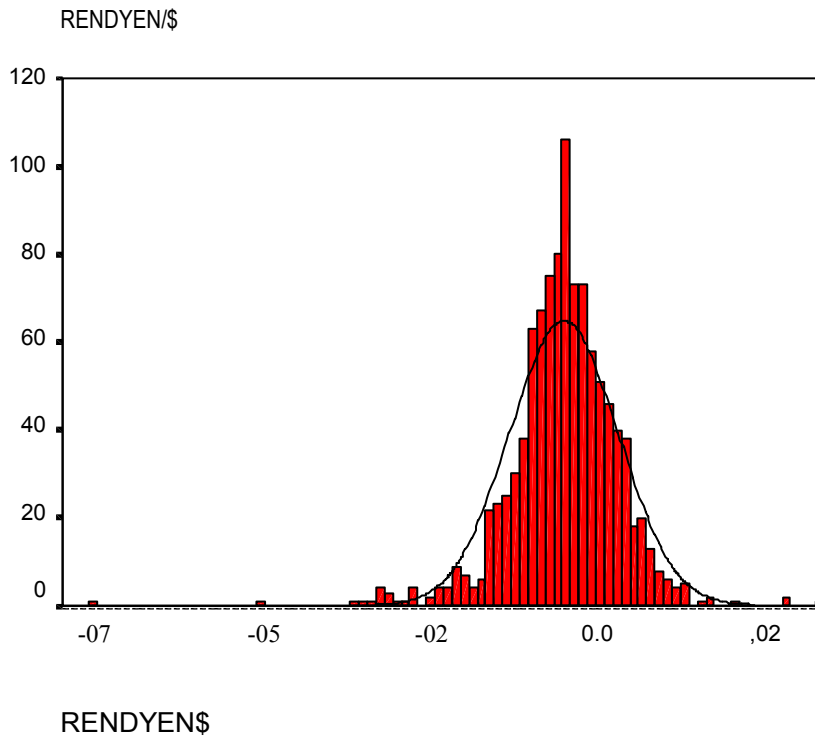
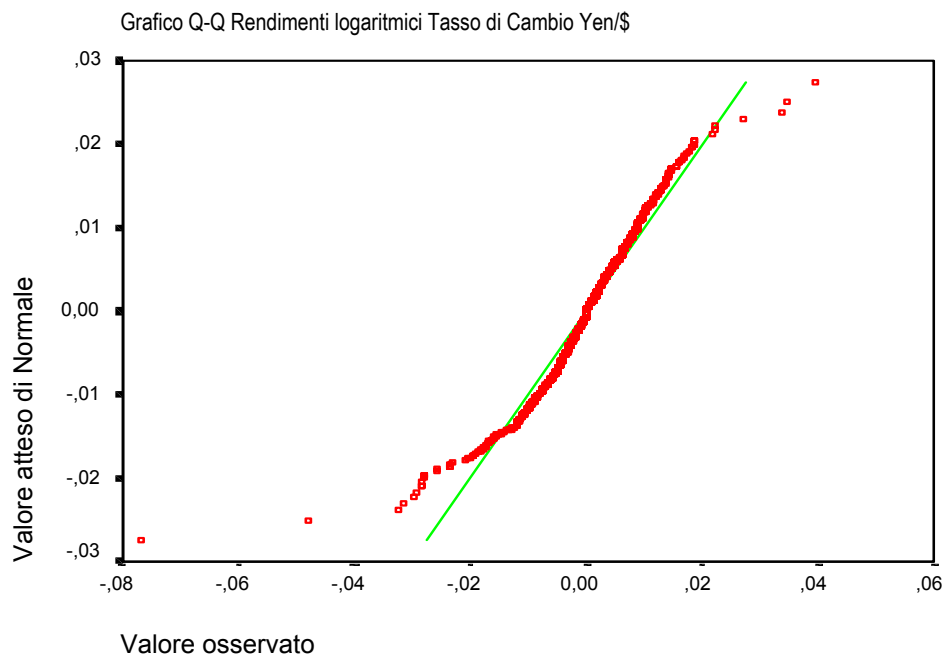


Figura 4  
 Grafico Q-Q Plot Rendimento logaritmico cambio Yen/\$  
 (01/01/97 - 29/12/00)  
 Fonte Dati: DATASTREAM Grafico: nostra elaborazione (Software SPSS)



Nel continuo la distribuzione normale può essere espressa dalla seguente formula:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]; \quad (4)$$

Dove  $F(x)$  è la funzione di densità,  $\mu$  è la media della distribuzione,  $\sigma$  è la deviazione standard dei rendimenti,  $x$  è la variabile indipendente e gli altri parametri sono costanti.

L'utilizzo di questa funzione nei modelli varianze covarianze permette di definire l'intervallo di confidenza desiderato, attraverso il multiplo della deviazione standard. L'utilità dei modelli VAR deriva proprio da questa caratteristica, poiché l'alternativa sarebbe quella di utilizzare le semplici posizioni nominali. L'utilizzo della deviazione standard permette di eliminare, o di non considerare nella stima della perdita massima attesa, quelle variazioni nei rendimenti che sono distanti dalla media e quindi caratterizzate da basse probabilità di realizzazione.

L'intervallo di confidenza desiderato corrisponde alla probabilità che le variazioni della variabile casuale si mantengano in un intorno della media, intorno da noi scelto attraverso un multiplo della deviazione standard. Ad esempio, per determinare la probabilità che la variabile casuale assuma valori nell'intorno  $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$ , è necessario calcolare l'integrale della funzione (2) con intervallo di integrazione

$$\int_{\mu - 2\sigma}^{\mu + 2\sigma} F(x) dx \quad (5)$$

che è uguale al 95.4%.

Nella pratica però la stima dell'intervallo di confidenza assume una ulteriore specificazione.<sup>83</sup> La stima del valore a rischio dovrebbe riflettere infatti, la possibilità che le posizioni in essere, sia attive che passive, assumano, per movimenti avversi dei fattori di mercato, un valore inferiore a quello atteso. Ciò significa che per le posizioni corte la valutazione deve considerare solamente movimenti al rialzo dei prezzi, quindi la metà destra della distribuzione. Al contrario per le posizioni lunghe, il settore della funzione cumulata da considerare, è quello sinistro. La conseguenza sul modello è che la probabilità associata al medesimo intervallo di confidenza sarà superiore nel caso in cui si consideri solo una metà della distribuzione, rispetto al caso in cui venga calcolata sull'intera area sottostante alla funzione di densità.

I valori indicati nella Tabella 4 indicano i multipli di deviazioni standard relativi a intervalli di confidenza diversi, calcolati soltanto in una metà della distribuzione.

Tabella 4

Multipli di deviazione standard e relativi intervalli di confidenza.

Livello di confidenza	Multiplo della deviaz.standard.
99.9%	3
99.5%	2.58
99%	2.33
97.7%	2
95%	1.65

Fonte: Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 146

La scelta dell'intervallo di confidenza nei modelli VAR assume un valore determinante, in quanto, influisce direttamente sul risultato della valutazione. Un intervallo ampio da un lato garantisce notevole protezione contro eventi estremi, ma nel caso in cui, la misurazione VAR è utilizzata per selezionare un investimento, lo stesso rifletterà dal punto di vista di risk adjusted performance l'avversione al rischio dell'investitore; un intervallo di confidenza ampio porterà a scartare interessanti opportunità di mercato perché caratterizzate da eccessiva variabilità dei rendimenti.<sup>84</sup>

E' stato dimostrato che nel caso di banche quotate e mercati efficienti la scelta di un intervallo di confidenza ampio diminuisce il premio richiesto dagli azionisti.<sup>85</sup>

Un interessante utilizzo di questa caratteristica è stato fatto da Bank of America.<sup>86</sup> Essa dal 1996 applica un sistema di allocazione del capitale fra le sue business units, che consente di mantenere il rating della banca stessa al livello AA, attraverso la scelta del livello di confidenza per la selezione dei suoi asset. Sapendo infatti che il rating AA implica una probabilità di insolvenza dello 0.03%, il livello di protezione da associare ad ogni opportunità di investimento è del 99.97%, al quale corrisponde un multiplo della deviazione standard pari a 3.4.<sup>87</sup> Per la scelta delle opportunità di investimento, le business unit utilizzano quindi strumenti di allocazione del capitale basati su tecniche VAR, con intervallo di confidenza pari a 3.4 volte la deviazione standard dei rendimenti attesi.

<sup>83</sup>J.P.Morgan/Reuters, 1996, "RiskMetrics™ – Technical Document", Chapter 4, pg.70

<sup>84</sup>Vedi Jorion P., 1997, "Value at Risk", Chapter 14, pg. 274

<sup>85</sup>Confronta con Rigoni U, 1998, "Rischio e copertura patrimoniale nelle banche", pg. 26

<sup>86</sup>Zaik E., 1996, "Raroc at Bank of America", in Journal of Applied Corporate Finance, vol. 9/1996

<sup>87</sup>Merton R., Perold A., 1993, "Theory of risk capital in financial firm", in Journal of Applied Corporate Finance, vol. 6/1993

#### 2.4.6. Le altre ipotesi alla base dei modelli parametrici

Riprendendo l'analisi delle caratteristiche del modello varianze covarianze, è necessario approfondire l'ipotesi che i rendimenti dei fattori di mercato o degli strumenti stessi seguano un processo di distribuzione casuale nel tempo, identificabile come processo di random walk, o di passeggiata casuale.

Il rendimento delle variabili finanziarie, come d'altronde per altri fenomeni fisici, è rappresentabile generalmente in forma di serie storica.<sup>88</sup> Le serie storiche sono costituite da osservazioni di una stessa variabile nel tempo, e l'ordine in cui esse sono osservate assume importanza fondamentale per qualsiasi processo di inferenza. La possibilità di fare inferenza deriva però necessariamente dalle ipotesi assunte sul comportamento delle variabili finanziarie. In particolare, in base al modello di random walk il rendimento al tempo  $t$  ( $r_t$ ) di un titolo<sup>89</sup> può essere espresso dalla seguente:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}};$$

che approssimato dalla differenza logaritmica, coerentemente all'ipotesi di rendimento composto continuo, può essere espresso come:

$$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} = p_t - p_{t-1};$$

dove  $p_t = \ln P_t$ : da cui deriva che

$$p_t = p_{t-1} + r_t; \quad (6)$$

L'evoluzione di  $r_t$  può essere descritta da un particolare processo stocastico chiamato White Noise (rumore bianco). La caratteristica principale del White Noise è la stazionarietà, cioè la costanza e l'esistenza dei momenti primo e secondo, cioè di media e varianza.<sup>90</sup>

In altri termini si scrive che:

$$r_t \approx i.i.d.(0; \sigma^2); \quad (7)$$

i rendimenti di prezzo sono quindi indipendenti e identicamente distribuiti con media zero e

varianza costante  $\sigma^2$ .<sup>91</sup> Ciò significa che dalla (6) la stima corretta di  $p_{t+1}$  e quindi un passo avanti, è  $p_t$ . L'informazione contenuta nel prezzo di oggi è la migliore stima del prezzo futuro della variabile. Tale ipotesi assume importanza fondamentale sia nel modello varianze covarianze che in generale nei modelli di pricing basati su efficienza dei mercati.<sup>92</sup>

Le conclusioni teoriche che ne derivano possono essere riassunte in alcuni punti fondamentali:

I rendimenti della variabile finanziaria considerata seguono un percorso causale coerente con l'efficienza del mercato in forma debole,<sup>93</sup> cioè l'informazione rilevante ai fini della formazione dei prezzi è solo quella passata. Basandosi sulle variazioni storiche dei prezzi (ad esempio l'analisi tecnica) gli investitori non possono conseguire rendimenti anormali positivi. La conseguenza fondamentale è che i rendimenti stessi sono considerati indipendenti l'uno dall'altro e non correlati.

Il rendimento della variabile finanziaria è caratterizzato da mean reversion, nel senso che i rendimenti se pur casuali, tendono a riportarsi nel tempo verso la media. La deviazione standard è considerata un disturbo a questo processo.

La varianza della distribuzione è considerata costante, ma proporzionale al fattore tempo.<sup>94</sup>

Lo studio dell'evoluzione dei prezzi in un modello di random walk consente di ricavare alcune caratteristiche fondamentali per la coerenza teorica del metodo varianze covarianze.

In un processo casuale come quello descritto dalla (6), le variazioni dei rendimenti logaritmici della variabile finanziaria osservata possono essere descritti dai soli due parametri, la media e la deviazione standard, che sono considerati costanti nel tempo. La variabile di disturbo ( $r_t$ ) è invece il parametro che guida il processo. In altre parole, la dinamica di prezzo tra  $P_{t-1}$  e  $P_t$  cambia per ogni osservazione, ma dopo un numero sufficientemente grande di variazioni il trend è descritto bene dalla media delle variazioni osservate (fenomeno di mean reversion). Il fenomeno di mean reversion è coerente con l'ipotesi di ergodicità di alcuni processi stocastici. Un processo è ergodico se l'estrazione di un campione casuale di ampiezza  $N$  dall'intero processo permette di descrivere le caratteristiche principali della serie analizzata. L'osservazione di una

Formattati: Elenchi puntati e numerati

<sup>88</sup> Altri tipi di rappresentazione di variabili casuali sono i modelli cross section dove le osservazioni si riferiscono a variabili diverse.

<sup>89</sup> Nel caso in cui non distribuisca dividendo.

<sup>90</sup> I momenti di un processo stocastico sono i valori attesi delle potenze della variabile casuale con la distribuzione data. Vedi in Mood M, Graybill A., Boes D., 1995, "Introduzione alla statistica", pg. 83

<sup>91</sup> Il fatto di esprimere il rendimento atteso pari a zero non provoca errori statistici rilevanti, e si ha il vantaggio di centrare la volatilità intorno ad un valore certo, dato che la media campionaria varia al variare del campione. Ciò trova conferma anche dall'esperienza empirica. Vedi Tabella 1 e 2 e Jorion, opere citate, pg. 507

<sup>92</sup> Vedi Fabi S., 1998, "Un'introduzione al metodo Montecarlo in finanza", in [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)

<sup>93</sup> Fuller J., Farrel J., 1993, "Analisi degli investimenti finanziari", pg.106

<sup>94</sup> Questa è un'altra caratteristica di tali modelli che sarà dimostrata nel corso del capitolo. Vedi anche Holton G., 1992, "Volatility e Horizon", in [www.contingencyanalysis.com](http://www.contingencyanalysis.com)

serie sufficientemente lunga<sup>95</sup> è quindi equivalente ai fini inferenziali, all'osservazione di un gran numero di realizzazioni. Da ciò deriva che, la stima della sua media equivale ad una stima consistente per l'intero processo.

Nelle Figure 5 e 6 sono rappresentati due tipici fenomeni di mean reversion. La Figura 5 rappresenta l'evoluzione del tasso di cambio Yen - Dollaro US nel periodo 1997/2000. La Figura 3 descrive invece una serie di osservazioni relative al tasso di interesse interbancario su Hong Kong a tre mesi, dal 1997 al 2000.

Risulta evidente la tendenza della distribuzione a muoversi omogeneamente intorno alla media, in entrambi le rappresentazioni.

Figura 5 Tasso di cambio nominale Yen/\$ (1997/2000)  
Fonte dati: DATASTREAM Grafico: nostra elaborazione (Software SPSS)

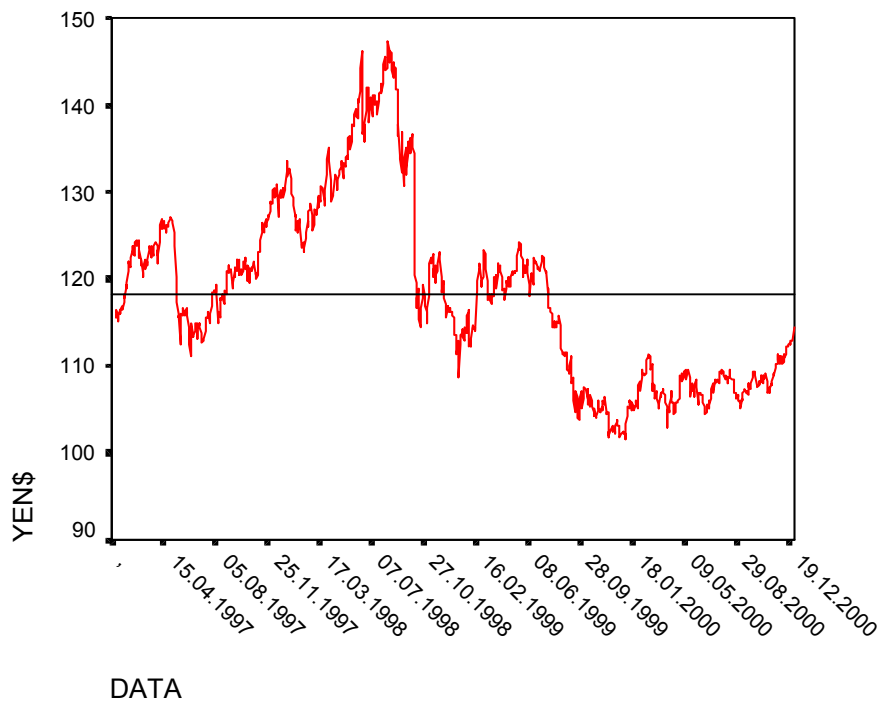
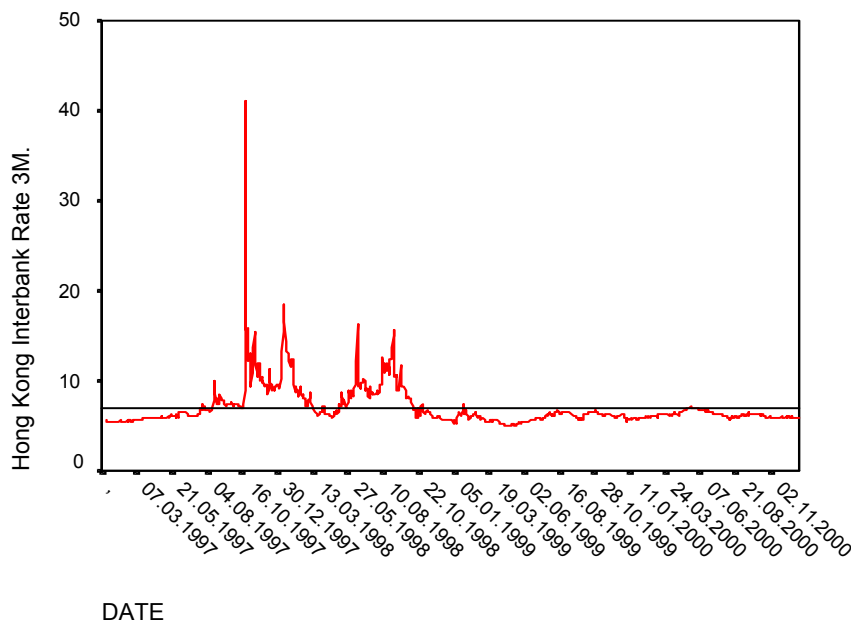


Figura 6 Tasso interbancario 3 Mesi Hong Kong (1997/2000)  
Fonte dati: DATASTREAM Grafico: nostra elaborazione (Software SPSS)

<sup>95</sup> Il problema di trovare il giusto numero di osservazioni (orizzonte temporale), come si vedrà più avanti non è banale.



La variabile casuale rendimento ( $r_t$ ) è distribuita normalmente con media zero e varianza costante, la sua funzione è quella appunto di far differire la distribuzione effettiva da quella teorica, ma con un errore prevedibile e ininfluenza da un punto di vista statistico.

Si può dimostrare<sup>96</sup> infatti che la deviazione standard calcolata su base giornaliera, può essere modificata per tenere conto di holding period diversi. In pratica nel random - walk - model l'informazione riguardo la volatilità giornaliera permette la stima della volatilità su periodi diversi. In generale vale la seguente relazione:

$$\sigma_A = \sigma_G \cdot \sqrt{N} \quad (8);$$

dove A è il periodo a cui si vuole ricondurre la misura, G è il periodo uguale ad un giorno e N è il numero di giorni che moltiplicato per G fornisce A. Se infatti, si assume l'indipendenza seriale e l'assenza di correlazione fra osservazioni successive, il rendimento di una variabile causale dal tempo  $t - 2$  al tempo  $t$  può essere determinata dalla somma dei rendimenti al tempo  $t - 1$  e del tempo  $t$ . Lo stesso per la stima della varianza. In altri termini, in un processo di random walk il rendimento atteso  $E(R_{t-2}) = E(R_{t-1}) + E(R_t)$  e  $Var(R_{t-2}) = Var(R_{t-1}) + Var(R_t)$ , ma in base alle ipotesi fatte circa il comportamento delle variabili finanziarie in contesti causale si può scrivere che

$$\begin{aligned} E(R_{t-2}) &= E(R_{t-1}) = E(R_t); \text{ e} \\ Var(R_{t-2}) &= Var(R_{t-1}) + Var(R_t); \\ E(R_{t-2}) &= E(R_{t-1}) = E(R_t) = 2^{\circ} \text{®}; & Var(R_{t-2}) \\ &= Var(R_{t-1}) + Var(R_t) = 2Var \text{®}; & \text{quindi c.v.d.} \end{aligned}$$

$$\mu = \mu_{gg} * N \quad \text{e} \quad \sigma = \sigma_{gg} * \sqrt{N}$$

Questa proprietà consente di ottenere stime della volatilità omogenee rispetto al tempo; avendo a disposizione, ad esempio la misura di volatilità giornaliera di un titolo azionario, attraverso la (8) è possibile aggiustare la misura di rischio per adeguarlo all'holding period desiderato. Per ottenere ad esempio una misura del VAR mensile occorre ad esempio, moltiplicare la volatilità

giornaliera per  $\sqrt{30}$ . La scelta dell'holding period, d'altro canto dipende dalle esigenze soggettive dell'istituto ma anche da condizioni oggettive, quali ad esempio la dimensione della posizione aperta e il grado di liquidità del mercato. Una posizione di grandi dimensioni relativa ad un titolo quotato OTC non può in generale essere liquidata in orizzonti molto brevi. Il calcolo del relativo VAR deve tener conto di queste caratteristiche.

<sup>96</sup> Jorion P., 1997, "Value at risk", pg. 81

## 2.5. L'implementazione del modello. La stima della volatilità.

Dall'analisi teorica delle principali caratteristiche dell'approccio VAR varianze covarianze, appare evidente la necessità di poter disporre di parametri di input affidabili, come d'altronde in tutti i modelli input – output. I pregi del metodo in questione derivano essenzialmente dalla relativa semplicità d'implementazione e dall'immediatezza dei risultati ottenuti. Ma la stessa semplicità lo espone alla assoluta dipendenza da stime non distorte o quanto meno affidabili e robuste.

L'accuratezza o meno nella stima dei parametri, e in particolare della volatilità dei fattori di rischio e della matrice di correlazione fra gli stessi influisce in maniera definitiva sulla robustezza della misura di VAR.

In generale possono essere individuati tre approcci fondamentali per la stima della variabilità e della correlazione delle diverse fonti di rischio. Il primo è quello che utilizza le serie storiche dei rendimenti. Da esse, e in particolare dall'estrapolazione di serie storiche continue si possono ottenere misure di variabilità che attraverso diverse metodologie statistiche vengono depurate da inevitabili fattori di disturbo. L'obiettivo principale è, infatti, quello di attribuire alle stesse misure una certa capacità previsiva, obiettivo perseguibile naturalmente solo adottando l'ipotesi che il passato sia una buona approssimazione del futuro.

Il secondo approccio esaminato è quello riconducibile alla famiglia GARCH (Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedastacy), dall'acronimo sicuramente poco felice, ma negli ultimi anni molto approfondito sia in letteratura che in pratica. Questa tipologia di modelli si pone non solo l'obiettivo di stimare la volatilità attesa, ma anche di modellare l'evoluzione della stessa, utilizzando precisi processi stocastici, ponendosi quindi in netta contraddizione con le ipotesi assunte dai modelli storici e in particolare, con il fatto di ritenere stabile nel tempo la varianza.

Eteroschedasticità è appunto la varianza che varia con il tempo, e non in maniera proporzionale, come nei moti casuali precedentemente analizzati. L'eteroschedasticità della varianza è messa in luce peraltro da diversi lavori empirici. Ad esempio Holton<sup>97</sup> dimostra come il modello di random walk non possa essere accettato per stimare la variabilità futura.<sup>98</sup>

Tabella 5 Fattori di volatilità normalizzati

Currency	Monthly Volatility (Annualized)	Two-Year Volatility (Annualized)	Discrepancy ([3]-[2])/[3]
[1]	[2]	[3]	[4]
Belgian franc	13,0%	20,0%	54%
British pound	11,1%	19,6%	76%
Canadian dollar	4,5%	5,6%	25%
Dutch guilder	12,3%	19,4%	58%
French franc	11,6%	19,2%	65%
German mark	12,4%	19,2%	54%
Italian lira	11,3%	17,8%	58%
Japanese yen	12,2%	15,8%	29%
Swedish krona	10,2%	17,0%	66%
Swiss franc	13,8%	20,8%	51%
US Dollar Index	9,6%	15,9%	65%

Fonte: Holton G., opere citate.

Nella Tabella 5 sono riportati i valori di volatilità effettivi calcolati su due intervalli temporali diversi (mensile e biennale) ma normalizzati su base annuale. Dalla (8) del paragrafo precedente le due colonne dovrebbero assumere valori simili mentre i risultati evidenziano discrepanze di oltre il 60%. Ciò dimostra che spesso le ipotesi alla base del random walk sono negate dal reale comportamento delle variabili finanziarie a causa dei fenomeni di eteroschedasticità e anomalità della distribuzione dei rendimenti.

Il terzo tipo di approccio considerato è quello basato sull'utilizzo delle previsioni di volatilità contenute nei prezzi delle opzioni, ad esempio, attraverso l'utilizzo della formula di Black e Scholes. In base a quest'ultima si ipotizza che la misura implicita prezzata dal mercato sia una buona stima della volatilità futura. Più difficile invece risulta la stima delle correlazioni tra i fattori di mercato, in quanto il comportamento non lineare degli strumenti derivati come le opzioni impedisce di giungere a semplici relazioni.<sup>99</sup>

Numerosi autori<sup>100</sup> sostengono che, attraverso la stima implicita della volatilità, non si ottengono risultati soddisfacenti. In primo luogo non si supera il problema della volatilità

<sup>97</sup> Holton G., 1992, "Volatility and Horizon", in [www.contingencyanalysis.com](http://www.contingencyanalysis.com)

<sup>98</sup> Vedi equazione (8) del precedente paragrafo.

<sup>99</sup> Alexander C., opere citate, pg. 254

<sup>100</sup> Vedi in J.P.Morgan/Reuters, opere citate, pg. 77

costante; la realtà empirica dimostra, infatti, l'esistenza di periodi di alta e bassa volatilità. Inoltre, le opzioni incorporano stime della volatilità futura riferite a periodi di tempo non brevissimi, in genere dai 2 mesi ai 2 anni, mentre spesso le valutazioni tipo VAR si riferiscono ad holding period di pochi giorni (portafoglio di negoziazione), ed infine le tipologie di opzioni quotate in mercati efficienti e liquidi non soddisfano le esigenze di valutazione di un ampio e diversificato portafoglio soggetto a numerose fonti di rischio. In genere quindi, le stime della volatilità implicita nelle opzioni, sono usate parallelamente ad altri tipi di misure e non come alternativa definitiva.

Il primo metodo di stima della volatilità che sembra opportuno analizzare è quello basato sulla volatilità storica. La misura di variazione da applicare al modello VAR associata ad un determinato fattore di rischio, è ottenuta attraverso il ricorso ad una serie temporale di rendimenti della variabile considerata. La distribuzione si basa quindi su di uno specifico orizzonte temporale di riferimento che descrive appunto, la lunghezza della serie storica. La lunghezza della serie è frutto di una scelta arbitraria, ma come si vedrà in seguito questo fattore influisce notevolmente sui risultati della valutazione. Una serie temporale troppo lunga potrebbe non descrivere bene le condizioni di variabilità attuali, mentre una serie troppo corta può non essere significativa statisticamente. Altro fattore da considerare è la frequenza di osservazione degli elementi che costituiscono il campione. Se la variabile è osservata giornalmente la misura di variabilità ottenuta non può che essere associata ad un holding period giornaliero. Se invece la scelta è quella di adottare un diverso periodo di detenzione, in base alla (7), la misura stimata deve essere riscalata al nuovo periodo di riferimento, per garantire l'omogeneità temporale dei valori.

In altri termini indicando con  $\sigma_t$  la misura di volatilità riferita ad un generico fattore di mercato, stimata in un  $t$  - esimo intervallo di tempo costituito da  $n$  osservazioni, si può scrivere:101

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=t-n}^{t-1} (x_i - \mu)^2}{n-1}}; \quad (9)$$

dove  $x_i$  indica il rendimento della variabile osservata nel periodo  $i$  - esimo con  $t-n \leq i \leq t$  e  $\mu$  è la media dei rendimenti osservati nel periodo  $t$ . Nella pratica, come già accennato in precedenza,102 la media campionaria è spesso posta uguale a zero. La scelta deriva dalla difficoltà di individuare l'eventuale valore non nullo e dalla semplificazione computazionale. In ogni modo, rispetto alla possibilità di assegnare alla variabile casuale una media dei rendimenti uguale a quella osservata in passato, conduce a ad un errore molto simile all'ipotesi di supporre la media nulla, in particolare se le variazioni osservate sono giornaliere.103

Tra le misure di stima basate sulle serie storiche l'approccio delle medie mobili è quello maggiormente usato in finanza. Il calcolo prevede un meccanismo di adeguamento automatico della stima con il trascorrere del tempo. Il dato più vecchio al tempo  $t$  esce dalla coda del campione nel periodo  $t + 1$  e viene sostituito da una nuova osservazione. In un'ottica previsionale, la volatilità al tempo  $t$  è data dalla misura della volatilità del periodo  $(t-n; t-1)$ :

$$\sigma_t^s = \sqrt{\frac{\sum_{i=t-n}^{t-1} (x_i - \mu)^2}{N-1}}; \quad \text{e al tempo } t+1 \quad \sigma_{t+1}^s = \sqrt{\frac{\sum_{i=t-n+1}^t (x_i - \mu)^2}{N-1}}; \quad (10)$$

dove  $\sigma_{t+1}^s$  indica la previsione della volatilità al tempo  $t+1$  e non più la stima.

Naturalmente le medie mobili non sono esenti da problemi. In particolare, il limite maggiore è costituito dalla scelta dell'intervallo temporale  $t$ . Il campione di  $N$  osservazioni contenuto in  $t$ , dovrebbe essere capace di descrivere nel miglior modo possibile, l'effettiva variabilità del fattore di mercato considerato. I vari dati sono pesati nella stima in maniera identica, il dato più vecchio e quello più recente vengono ponderati con lo stesso fattore. Esiste quindi un trade off tra stabilità del modello e numero di dati campionati. Un alto numero di osservazioni contribuisce a rendere il modello più stabile dato che, eventuali dati anomali in intensità, vengono diluiti per un numero maggiore di campioni. La scelta di un campione ridotto, d'altro canto, attribuisce alle osservazioni recenti la possibilità di determinare la volatilità futura e se si ritiene che il recente passato possa influenzare l'immediato futuro (negando in tale modo l'ipotesi di efficienza del mercato e lo stesso modello di random walk), la scelta appare idonea.104

Il problema maggiore delle medie mobili semplici è costituito dall'effetto eco, anche detto effetto fantasma (ghost features).105

L'effetto fantasma si verifica quando nella serie temporale sono presenti variazioni molto pronunciate rispetto alla media. Questi scostamenti nel momento in cui entrano nel campione

<sup>101</sup> Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 154

<sup>102</sup> Vedi nota n.96

<sup>103</sup> J.P. Morgan/Reuters, opere citate, pg. 81

<sup>104</sup> Per un esauriente riscontro empirico si veda: Hendrics D., 1996, "Evaluation of Value at Risk Models using historical data", Economic Policy Review, Aprile 1996

<sup>105</sup> Alexander C., opere citate, pg.235

modificano il numeratore della (10) provocando un immediato rialzo della variabile stimata e in ottica previsionale aumentano il valore dell'aspettativa. Se l'aumento del valore medio atteso può essere giustificato da una reale situazione di ampia volatilità del mercato di riferimento, non può essere invece legittimata la reazione al ribasso della variabile quando il campione eccezionale esce progressivamente dalla media. In altre parole, la variazione della stima è proporzionale sia all'ingresso del dato nel campione, che alla sua uscita. Quest'ultimo caso può coincidere però, con una situazione di volatilità normale.

Per quanto riguarda l'errore di campionamento connesso alla scelta dell'orizzonte temporale (sampling error), le verifiche empiriche<sup>106</sup> dimostrano che, contrariamente alle ipotesi fatte in precedenza, un orizzonte temporale maggiore ad un anno fornisce un dato migliore rispetto ad una stima basata sul brevissimo periodo (3/6 mesi). La bontà della previsione può essere accertata attraverso l'utilizzo di alcune tecniche statistiche.<sup>107</sup> In una ottica previsionale coerente con un problema di risk measurement, l'orizzonte temporale di riferimento può essere scelto in base al valore di N che minimizza la (11) o la (12):

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\sigma_i^s - \sigma_i)^2}{N}} \quad (11); \quad \text{MAPE} = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N |\sigma_i^s - \sigma_i|}{\sigma_i} \quad (12);$$

dove  $\sigma_i^s$  corrisponde al valore previsto e  $\sigma_i$  è il valore effettivamente osservato. La prima misura, l'RMSE (Root Mean Squared Error), fornisce una misura assoluta dell'errore, mentre il MAPE (Mean Absolute Percentage Error), indica l'errore normalizzato con la variabile osservata al tempo i.

Purtroppo Brailsford e Faff (vedi nota 109), dimostrano che le misure possono fornire risultati leggermente discordanti sulla medesima serie osservata.<sup>108</sup>

Un secondo approccio, più evoluto, per la stima della volatilità, consiste nel modello EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) o media mobile esponenziale.<sup>109</sup> Questa tecnica permette in primo luogo di superare l'effetto "ghost features", attraverso l'assegnazione di pesi diversi alle diverse osservazioni, ed è attualmente usata nel modello RiskMetricsTM.

In maniera più analitica l'EWMA può essere espressa dalla seguente:

$$\frac{\lambda^0 x_{t-1} + \lambda x_{t-2} + \lambda^2 x_{t-3} + \dots + \lambda^{n-1} x_{t-n}}{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-1}} ;$$

dove  $\lambda$  è una costante scelta nell'intervallo  $]0;1[$ , per n che tende ad infinito e ponendo la media pari a zero si ottiene:

$$\sigma_t = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} (x_{t-i})^2} \quad (13).$$

Nella (13) il parametro di scala  $\lambda$  chiamato anche fattore di decadimento (decay factor) consente di pesare in maniera differente le osservazioni passate da quelle più recenti.

Un fattore di decadimento vicino all'unità approssima i risultati della (13) a quelli di una media mobile semplice. Al contrario, un fattore di scala più basso assegna un peso maggiore alle osservazioni recenti, mentre i dati passati escono dal campione in maniera graduale, evitando in questo modo l'effetto fantasma.

Nella Figura 5 l'effetto di risposta e di decadimento di una media mobile semplice rispetto ad una media mobile esponenziale è abbastanza evidente. Nel caso specifico J.P.Morgan adotta un decay factor di 0.94, ma consiglia l'uso di un fattore di 0.97 ad esempio per previsioni mensili.<sup>110</sup>

La Figura 7 mostra i rendimenti logaritmici del tasso di cambio dollaro/sterlina nel periodo 1992 - 1994, calcolati ad intervalli di 20 giorni. Le Figure 7 e 8 rappresentano graficamente l'evoluzione del VAR in base alle ipotesi indicate.

<sup>106</sup> Figlewsky S., 1994, "Forecasting Volatility using Historical Data"

<sup>107</sup> Brailsford T.S., Faff R.W., 1996, "An evaluation of volatility forecasting techniques", Journal of Banking and Finance, n.20/1996, pg. 419

<sup>108</sup> "...the result in this paper suggest that non single model is clearly superior" in Brailsford J., Faff R., 1995, opere citate, pg.436

<sup>109</sup> Alexander C., opere citate, pg. 237

<sup>110</sup> J.P. Morgan/Reuters, opere citate, pg.80

Figura 7 Fonte: RiskMetricsTM  
**Log price changes in GBP/DEM and VaR estimates (1.65 $\sigma$ )**

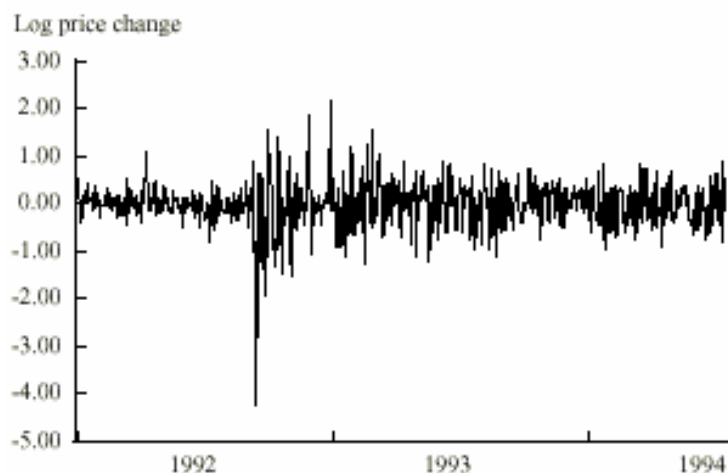
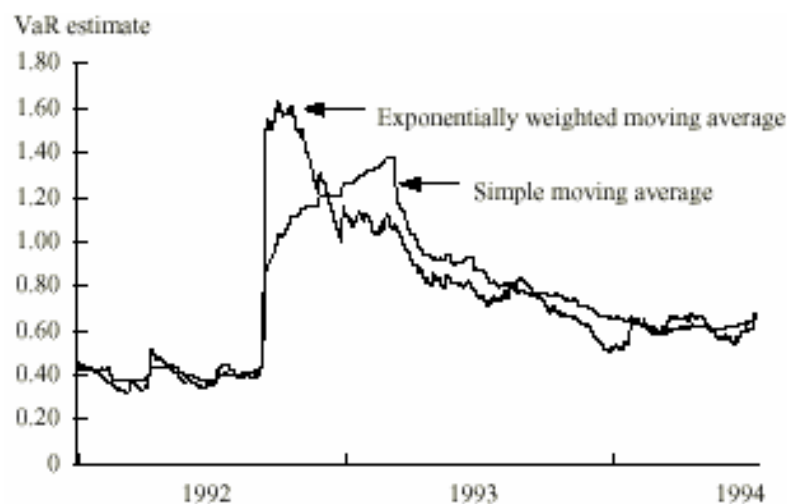


Figura 8 Fonte: RiskMetricsTM



Nonostante la tecnica delle medie mobili esponenziali rimedi ad alcune lacune tecniche delle medie semplici, spesso la stima ottenuta, in determinate condizioni di mercato può non essere ritenuta affidabile.

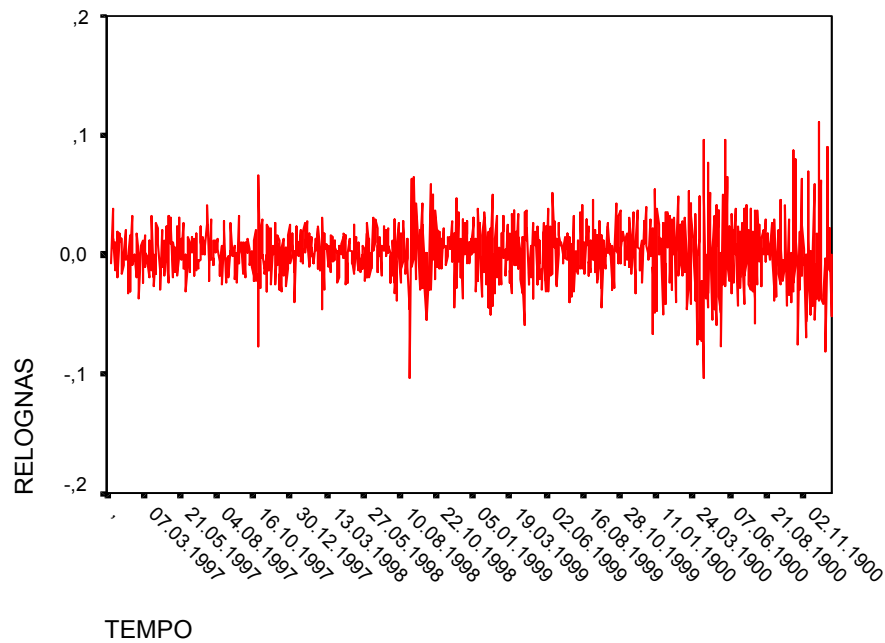
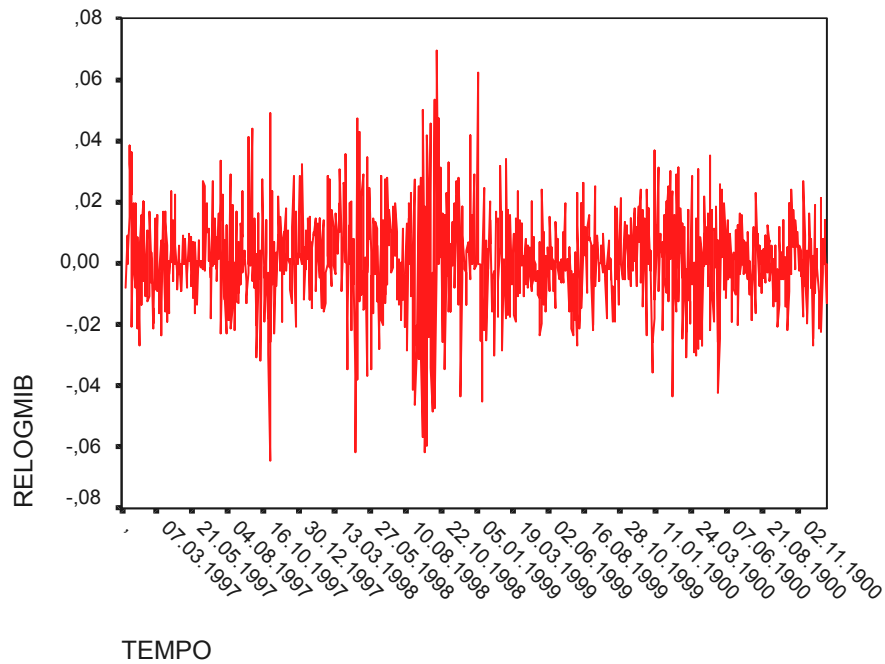
In particolare, le misure di previsione della volatilità appena citate derivano dall'ipotesi comune che la varianza sia costante nel tempo e quindi il processo di formazione dei prezzi sia temporalmente stabile. Questo permette di fare previsioni solo in base a ciò che si è osservato in passato. Purtroppo però, l'evidenza empirica in alcuni casi nega le ipotesi adottate dalle medie storiche.<sup>111</sup> Si è osservato che spesso i rendimenti di determinate tipologie di strumenti sono soggetti a fenomeni di volatility clustering. Il fenomeno citato consiste in un processo di variazione anormale della variabile in un determinato periodo di tempo. L'osservazione empirica della volatilità, in particolari momenti, porta a pensare che il processo di variazione non è omogeneo, ma alternato in periodi di alta volatilità e periodi di bassa volatilità.

<sup>111</sup> J.P. Morgan/Reuters, opere citate, pg.83;  
 Sironi A., Marsella M., opere citate, pg .182  
 Jorion P., opere citate, pg. 97

Il fenomeno è bene evidenziato nei grafici di Figura 9 e 10, dove vengono riportati rispettivamente i rendimenti logaritmici degli indici MIB30 e NASDAQ 100 nel periodo 01/01/97 - 29/12/00. E' facile osservare che i periodi di alta volatilità si alternano a fenomeni di bassa varianza dei rendimenti. In particolare, per i due indici azionari esaminati, il fenomeno di autocorrelazione sembra accentuato durante tutto il 1997 con tre forme distinte ed una nei primi mesi del 2000.

Figure 9 e 10 Rendimento logaritmico indice MIB30 e NASDAQ 100  
(01/01/97 29/12/2000)

Fonte Dati: DATASTREAM Grafico: nostra elaborazione (Software SPSS)



La previsione della volatilità attraverso l'uso delle medie mobili incontra quindi un primo ordine di problemi individuabili nel fenomeno della eteroschedasticità.

Altre verifiche empiriche dimostrano in parte lo stesso ordine di problemi.

Un esempio è fornito dal test sulla validità della (8):

$$\sigma_A = \sigma_G * \sqrt{N}$$

Viene verificata la possibilità di ricavare dalla volatilità giornaliera la volatilità settimanale e mensile di alcuni indici di borsa europei nel periodo 1995/1996.<sup>112</sup> I risultati dello studio evidenziano una differenza della volatilità stimata rispetto a quella effettiva che va dal 15% per quella settimanale, all'80% per quella mensile. Queste differenze contribuiscono a confermare che spesso il modello di random walk e di non correlazione seriale dei rendimenti può non essere una buona approssimazione della realtà dei mercati finanziari.

Un'altra interessante verifica empirica della autocorrelazione seriale dei rendimenti è proposta da J.P.Morgan.<sup>113</sup> La serie rappresentata nella Figura 11 deriva dal calcolo dei valori di autocorrelazione tra i rendimenti del tasso di cambio dollaro/marco nel periodo 1990/1996. I valori sono ricavati utilizzando intervalli di osservazione da 1 a 100 giorni tra due osservazioni successive. In base alla distribuzione normale, un intervallo di confidenza del 95% e un totale di 1625 osservazioni, la possibilità che il coefficiente di correlazione si scosti dal valore centrale (in

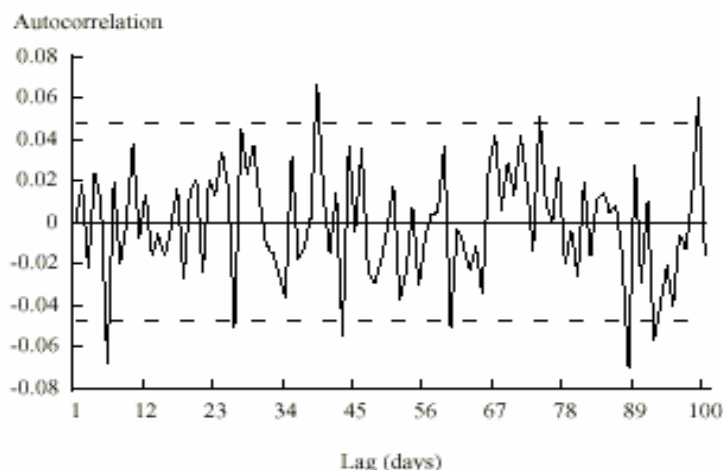
$$4.7\% = \frac{1.96}{\sqrt{1625}}$$

questo caso 0) di più o meno del 4.7% è del 5%, infatti

che i valori che eccedono la banda di confidenza sono 9 mentre in base alle ipotesi avrebbero dovuto essere 5 (5% di 100 = 5).

Figura 11

**Sample autocorrelation coefficients for USD/DEM foreign exchange returns**



Fonte: RiskMetricsTM

Il tentativo di superare i problemi di autocorrelazione ed eteroschedasticità che caratterizzano le serie storiche delle variabili finanziarie, ha portato all'introduzione dei così detti modelli GARCH. L'ipotesi base comune a questi modelli di stima della varianza è che essa cambia nel tempo (eteroschedasticità). La stima della volatilità si ottiene ipotizzando esplicitamente forme di dipendenza di un'osservazione rispetto alle precedenti, attraverso la tecnica della autoregressione della variabile considerata rispetto alla sua serie storica.<sup>114</sup> Il modello viene quindi condizionato dalle variabili e dalle informazioni passate, negando esplicitamente le ipotesi alla base degli approcci random walk.<sup>115</sup>

La prima formulazione di modelli a varianza condizionale eteroschedastica per variabili finanziarie è attribuibile a Engle<sup>116</sup> e al successivo lavoro di Bollerslev.<sup>117</sup> Occorre introdurre le

<sup>112</sup> Sironi A., 1996, "Gestione del rischio e allocazione del capitale nelle banche", pg. 117

<sup>113</sup> J.P.Morgan/Reuters, opere citate, pg. 56 - 57

<sup>114</sup> Alexander C., opere citate, pg. 238

<sup>115</sup> Per un approfondimento teorico dei modelli GARCH si veda Cattarozzi G, 1992, "Modelli ARCH e GARCH: una tecnica di stima della volatilità nell'ottica della modellizzazione VAR", in [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)

<sup>116</sup> Engle R.F., 1982, "Autoregressive conditional heteroschedasticity with estimates of the variance of United Kindom inflation", *Econometrica*, n. 4/1982

<sup>117</sup> Bollerslev T., 1989, "Generalized autoregressive conditional heteroschedasticity", *Journal of Econometrics*.

ipotesi fondamentali alla base del modello stesso che permettono di formulare previsioni sui valori futuri di variabilità, la media e la varianza condizionale.

I modelli di stima della volatilità trattati fino ad ora hanno preso in considerazione la media e la varianza incondizionate, che risultano dal calcolo rispettivamente della media semplice dei rendimenti e dalla media degli scarti quadratici. Il risultato della misura è una costante, essa non varia nel tempo. La media e la varianza condizionale sono invece delle stime ricavate esplicitamente dall'osservazione delle informazioni del periodo precedente. Nei modelli di random walk si assume che la variabile finanziaria  $x_t$  è associata ad una distribuzione che non varia nel tempo, chiamata anche distribuzione stazionaria in senso forte.<sup>118</sup> Questo significa che le informazioni contenute al tempo  $t - 1$  non sono necessarie per la previsione del valore che assumerà la variabile al tempo  $t$  in quanto, le osservazioni sono indipendenti serialmente e la distribuzione è invariante. Al contrario, nei modelli autoregressivi il set di informazioni  $\Omega_t$  disponibile al tempo  $t$  e riferito al periodo precedente, condiziona la stima delle variabili future. Prendendo un generale processo di autoregressione:

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t ;$$

dove  $\varepsilon_t$  è identicamente distribuita con media zero e varianza 1, si può assumere che la variabile  $y_t$  sia dipendente dalla variabile  $y_{t-1}$  e quindi generare:

$$y_{st} = \hat{\alpha} + \hat{\rho} y_{t-1} \quad (14);$$

dove l'unico parametro non soggetto a stima è la variabile  $y_{t-1}$ .

In altri termini i modelli GARCH tentano di superare i problemi di volatility clustering e di anormalità della distribuzione dei rendimenti, attraverso l'introduzione degli errori di stima compiuti dal modello di specificazione della media e varianza nei periodi precedenti.

Il modello originale come si è detto è attribuibile ad Engle e viene chiamato modello ARCH. Esso indica la varianza come una media mobile degli errori delle previsioni passati elevati al quadrato, e può essere espresso dalla (15):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (15);$$

con  $\alpha_0 > 0$  e  $\alpha_1 \dots \alpha_p \geq 0$ , dove le restrizioni sui parametri sono necessarie per garantire la positività della varianza<sup>119</sup>, mentre l'errore di previsione  $\varepsilon$  è distribuito normalmente con media zero e varianza  $\sigma_t^2$ .

Un ampio movimento del mercato nel periodo  $m$  con  $m \leq p$  è amplificato nella stima del periodo successivo, dato che, l'errore è elevato al quadrato. Questo implica che, ampi movimenti del mercato producono analoghi movimenti nei periodi successivi. I modelli ARCH si differenziano nettamente dalle misure di volatilità esaminate in precedenza. In questo caso infatti l'obiettivo è quello di avere una previsione esplicita e non solo una misura stimata.

La generalizzazione di Bollerslev si differenzia dal modello originale per l'introduzione di un altro parametro di regressione, il parametro  $q$ . Nella pratica il modello ARCH appena presentato viene chiamato modello ARCH (p), mentre il modello che segue assume la notazione di modello GARCH (p;q).

Il modello GARCH (p;q) può essere descritto dalla (16):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (16);$$

con le restrizioni della (15) anche per il parametro  $\beta$ .<sup>120</sup>

In questo caso la varianza non dipende più soltanto dagli errori di previsione precedenti ma anche dai valori passati della varianza stessa. La stima del GARCH è determinata quindi da due distinti parametri di regressione, e questo fatto permette paradossalmente un minore onere di calcolo dato che, la precisione della misura, è ottenuta con un numero di ritardi inferiore rispetto al modello ARCH dove invece, la stima è legata unicamente all'errore di previsione passato. Un basso numero di ritardi non permette di estrarre dalla serie un buon indicatore.

In particolare nel modello GARCH la previsione della volatilità viene a dipendere da tre fattori distinti: il parametro  $\alpha_0$  che è costante e dovrebbe indicare il livello di volatilità di lungo periodo.

Il parametro  $\alpha_1$  associato agli errori di previsione, indica la sensibilità con la quale la varianza si adegua agli shock di mercato; un alto valore di  $\alpha_1$  conduce a previsioni della volatilità più sensibili alle ultime informazioni.<sup>121</sup> Il parametro  $\beta$  indica invece il "tasso di persistenza"; un valore elevato porta a ritenere che i livelli di variabilità elevata tendono a permanere a lungo.

<sup>118</sup> Cattarozzi G., opere citate, pg. 32

<sup>119</sup> Alexander C., opere citate, pg. 242

<sup>120</sup> Per una dimostrazione formale si veda Cattarozzi G. opere citate, pg. 61

<sup>121</sup> Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 189

Sia nella pratica che nella letteratura il modello GARCH viene usato spesso nella formula GARCH (1;1), quindi con un unico ritardo per entrambi i parametri. Questo però non conduce a previsioni meno precise, infatti dalla (17) si ottiene<sup>122</sup> che :

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \beta_1} + \alpha \sum_{i=1}^{\infty} \beta_1^{i-1} \varepsilon_{t-i}^2 \quad (17);$$

Il modello quindi, pur se basato solo sul periodo precedente, possiede una memoria infinita, sostituendo alla varianza del periodo la corrispondente parte destra della formula (17).

Da notare infine, che nella sua struttura il modello GARCH è molto simile all'EWMA (media mobile esponenziale), ma mentre in quest'ultimo approccio il decay factor è inserito arbitrariamente in base all'esperienza empirica, nel GARCH esso viene misurato in maniera endogena dal modello.

Gli approcci di volatilità autoregressiva presentano però alcuni limiti evidenti: il primo consiste nell'ipotesi di distribuzione normale degli errori di previsione passati mentre nella realtà la distribuzione presenta fenomeni di asimmetria (skewness), e fenomeni di code grasse (leptocurtosi). La probabilità cioè di osservare fenomeni lontani dal valore medio è più alta di quella teorica stimata dalla distribuzione normale. Il secondo limite deriva invece dal fatto che il modello non riconosce il segno della variazione della volatilità. L'errore è infatti elevato al quadrato, mentre l'analisi empirica<sup>123</sup> spesso mostra che, a variazioni al ribasso del mercato, corrisponde un aumento della volatilità mentre quest'ultima può non cambiare significativamente per variazioni al rialzo. Tale effetto è noto come "leverage effect".<sup>124</sup>

Per superare tali limiti, la letteratura scientifica propone diverse varianti dei modelli GARCH-ARCH. Di particolare importanza appaiono i modelli detti E-GARCH (Exponentially Garch) e A-GARCH (Asymmetric Garch).<sup>125</sup> Essi tentano di superare i limiti menzionati attraverso l'uso di variazioni logaritmiche della varianza (E-GARCH), in modo che gli errori di previsione possano assumere il loro segno, o come nel modello A-GARCH attraverso l'introduzione di un ulteriore parametro di regressione, utilizzato per distinguere variazioni al ribasso del mercato da variazioni al rialzo (leverage effect).<sup>126</sup>

Altre tipologie di modelli GARCH sono apparse in letteratura economica come modelli ARCH-M, dove la media condizionale dei rendimenti diventa funzione esplicita della varianza condizionale. In questo modo ad un aumento della varianza è associato un aumento della media dei prezzi, in modo che diventa possibile costruire ipotesi di trade-off tra rischio e rendimento, ipotesi tra l'altro coerente con la teoria di portafoglio.

Infine, un'ultima classe di processi è quella chiamata dei ARCH qualitativi a soglia, nota anche con l'acronimo QT-ARCH. Questi modelli sono caratterizzati da variabili qualitative chiamate "stati" e da una funzione di generazione dei prezzi delimitata da soglie. Se il processo supera una determinata soglia, cambia di conseguenza anche il relativo stato. Diventa così possibile specificare situazioni diverse in periodi temporali caratterizzati da condizioni differenti.

Tutti i modelli accennati hanno l'obiettivo comune di descrivere e di prevedere rendimenti e volatilità di fenomeni casuali, caratterizzati però da alcune asimmetrie come ad esempio la vischiosità al rialzo dei prezzi dei titoli, la maggiore volatilità dei rendimenti dei titoli con giudizio sell o al contrario la maggiore variabilità dei titoli buy nel caso di forti rimbalzi.<sup>127</sup>

Il limite principale dei modelli GARCH appare comunque la loro assoluta dipendenza da dati continui e aggiornati e l'impossibilità ad estendere l'orizzonte temporale di previsione nel medio periodo. Il loro funzionamento è infatti condizionato dai dati immediatamente precedenti al periodo a cui si riferisce la stima, ma nel medio periodo i dati immediatamente precedenti ad esso appartengono al futuro e quindi non possono essere conosciuti.

L'ultimo metodo usato per la stima della volatilità di variabili finanziarie è quello basato sulla volatilità implicita.

Con questo metodo la misura della variazione presunta della variabile deriva dall'analisi del prezzo delle opzioni. Le ipotesi alla base del modello sono: prima di tutto che il derivato per quel determinato fattore di rischio deve esistere e deve essere quotato o comunque, il suo prezzo deve essere un compromesso fra un numero sufficientemente alto di operatori tale da garantire la validità del prezzo stesso. In secondo luogo deve esistere una formula di pricing esplicita e utilizzata dagli operatori, che permette di ricavare il prezzo dell'opzione da parametri certi quali ad esempio il prezzo del sottostante e il tasso privo di rischio, come nel modello di Black e Scholes. A queste condizioni la misura della volatilità implicita prezzata dal modello può essere usata come previsione della volatilità futura. La misura non è solo una stima, ma anche una previsione, degli operatori sulla volatilità futura dello strumento sottostante e per questo assume valore per il risk measurement. Un limite evidente dei modelli di volatilità implicita è costituito dal fatto che l'orizzonte temporale della previsione del rischio o anche l'holding period della posizione devono coincidere con la scadenza del contratto derivato dal quale viene estratta la misura di variabilità.

<sup>122</sup> Alexander C., opere citate, pg. 242

<sup>123</sup> Per uno studio sulla volatilità dei prezzi azionari si veda: Cuthberston K., 1997, "Quantitative Financial Economics", pg. 134; e Schwert G.W., 1989 "Why does stock market volatility change over time?", Journal of Finance, n. 5/1989

<sup>124</sup> Dalan D., Sartore D., 2000, "L'analisi tecnica e i modelli GARCH", in [www.greta.it](http://www.greta.it)

<sup>125</sup> Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 191

<sup>126</sup> Dalan D., Sartore D., opere citate, pg. 6

<sup>127</sup> Vedi nota n. 95

Nella pratica la previsione della volatilità implicita viene spesso combinata con modelli tradizionali, come ad esempio alla Salomon Brothers.<sup>128</sup> In questo modo l'errore di previsione può essere notevolmente diminuito rispetto all'utilizzo di un solo metodo di stima.

Gli approcci più comuni utilizzati a tal proposito sono sostanzialmente due: il primo è quello già richiamato che utilizza per il calcolo il modello di Black e Scholes,<sup>129</sup> dove il valore dell'opzione call è ricavato dalla (18):

$$C = S N(d_1) - ke - rt N(d_2) \quad (18);$$

$$\frac{\ln \frac{S}{k} + (r + \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma \sqrt{t}}$$

Dove  $d_1 = \frac{\ln \frac{S}{k} + (r + \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma \sqrt{t}} ; \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t} ;$

$N(x)$  = Area determinata dalla distribuzione normale di  $x$ ;

$S$  = Valore corrente del sottostante

$K$  = strike price

$T$  = durata residua dell'opzione

$R$  = Tasso free - risk quotato per la stessa scadenza dell'opzione

$\sigma^2$  = varianza del logaritmo naturale dell'attività sottostante.

Se i parametri della (15) sono tutti noti, allora il valore della varianza è univocamente determinato. Il problema principale consiste nel fatto che per ogni opzione con diversa scadenza e diverso prezzo di esercizio il valore della volatilità implicita cambia per cui l'utilizzo della (18) diviene molto problematico.<sup>130</sup>

Nella pratica sono utilizzati anche altri modelli di stima della volatilità implicita, come i modelli iterativi.<sup>131</sup> Un esempio è dato dal metodo Newton - Raphson, o metodo delle tangenti, dove il valore della volatilità è ottenuto partendo da un valore casuale di  $\sigma$  che viene introdotto nella formula di pricing del derivato. Ceteris paribus è determinato il valore teorico dell'opzione per quel livello di volatilità  $C(\sigma^s)$ . Il valore  $C(\sigma^s)$  viene confrontato con il valore di mercato

dell'opzione stessa  $C(M)$ , e se  $C(M)$  è diverso da  $C(\sigma^s)$ , il valore iniziale di  $\sigma$  è variato di una

$$\Lambda = \frac{C(\sigma^s) - C(M)}{\frac{dC}{d\sigma}}$$

misura pari ad  $\Lambda$ , dove  $\frac{dC}{d\sigma}$ , e così per varie iterazioni fino ad avere

$$C(M) = C(\sigma^s).$$

Purtroppo a tutti i metodi basati sulla volatilità implicita sono attribuibili alcuni limiti che spesso ne pregiudicano l'uso: il principale deriva dal fenomeno di volatility smile, al quale si è già accennato. Il volatility smile sorge a causa di una differenza di volatilità implicita tra opzioni che si differenziano per il solo prezzo di esercizio. Le opzioni ATM (at the money), sono infatti caratterizzate da livelli di volatilità più bassi rispetto alle in the money e alle out of the money, poiché il mercato percepisce un fenomeno di anormalità della distribuzione per le ITM e OTM.<sup>132</sup> Questo determina sostanziali differenze nella stima della volatilità in base al tipo di opzione utilizzato. Altro limite è dato dalla mancanza di spessore ed efficienza del mercato di alcune tipologie di opzioni; ciò conduce, a parità di altre condizioni, all'aumento del livello di rischio associato. Infine occorre ricordare che la gamma delle opzioni e dei contratti derivati in generale non esaurisce le possibili combinazioni di strumenti finanziari detenibili da un intermediario finanziario.

<sup>128</sup> Chew L., 1993, "Summer in content", n. 8/1993, pg. 297

<sup>129</sup> Vedi Damodaran A., 1996, "Manuale di valutazione finanziaria", pg. 364

<sup>130</sup> Sironi A, Marsella M, opere citate, pg. 195

<sup>131</sup> Corrado C, Miller T., 1996, "A note on a simple accurate formula to compute implied standard deviations", in Journal of Banking and Finance, n. 20/1996, pg. 595

<sup>132</sup> Confr. Hull J., 1996, "Introduzione ai mercati dei futures e delle opzioni", The Journal of Finance, n. 42/1996, pg. 281

## 2.6. Il Mapping delle posizioni

L'implementazione di un sistema di misurazione del rischio richiede, come si è già detto, la valutazione a valori di mercato (mark to market) delle posizioni in portafoglio. Questa procedura può essere relativamente semplice per quegli strumenti già prezzati dal mercato, come ad esempio i titoli azionari quotati in un mercato ufficiale o una posizione in valuta estera. Può risultare invece estremamente complessa nel caso in cui si voglia determinare il fair value di un titolo obbligazionario con cedola attraverso lo sconto di tutti i suoi flussi di cassa futuri. In quest'ultimo caso la valutazione dipende univocamente<sup>133</sup> dal tasso di sconto utilizzato per il calcolo del valore attuale di ogni singolo flusso.

La necessità di procedere ad un'operazione di mapping delle posizioni si presenta in due casi particolari: quando lo strumento da valutare non possiede un prezzo di mercato, o quando, come nel caso del titolo obbligazionario, per semplicità o per necessità, i flussi di reddito futuri vengono allocati in classi di rischio diverse. Nel primo caso la procedura è necessaria. La valutazione tipo VAR richiede per definizione<sup>134</sup> il valore di mercato dello strumento. Nel secondo caso il mapping si rende necessario particolarmente in un'ottica di portafoglio. Sarebbe di fatto impossibile applicare ad ogni singolo flusso di cassa il relativo fattore di rischio. Soltanto nel mercato obbligazionario americano le □aturità di tutti i flussi di cassa sono circa 40.000,<sup>135</sup> mentre nella realtà le stime di volatilità e correlazione per le diverse fonti di rischio sono rilevate su base discreta<sup>136</sup> (Euribor a 3 mesi, 6 mesi, ecc.).

Per la valutazione di portafogli soggetti a rischio di tasso, le principali tecniche di mapping sono: il principal map, il duration map ed il cash flow map.<sup>137</sup> Il primo metodo, chiamato anche metodo dei flussi di capitale è il più semplice, ma il meno accurato. Esso considera, per un generico titolo obbligazionario, il solo flusso di capitale e prevede di riallocarlo alla data di rimborso. Nel caso di un portafoglio di titoli, la scelta può essere quella di identificare un unico flusso composto dalla somma dei diversi flussi con una scadenza media nominale dei singoli cash flows (metodo sintetico), o quella di assegnare ad ogni flusso di capitale la sua scadenza naturale (metodo analitico). E' evidente in entrambi i casi l'eccessiva semplificazione che si compie rispetto alla reale sensibilità del portafoglio al variare delle fonti di rischio. Semplificazione che deriva, in primo luogo, nel non considerare i flussi cedolari che in alcuni casi possono essere rilevanti. La tecnica in questione risulta quindi più idonea a rappresentare i flussi di cassa di un portafoglio composto prevalentemente da titoli di puro sconto.

Il metodo della duration map diminuisce sensibilmente il problema appena accennato. Esso non considera la scadenza nominale del titolo, ma la sua scadenza finanziaria rappresentata dalla duration. Nei casi in cui il portafoglio è composto da titoli obbligazionari con cedola, il metodo della duration map alloca con più precisione i diversi flussi finanziari, e se pur con approssimazione,<sup>138</sup> ha il vantaggio di considerare l'intera gamma dei cash flow prodotti dal titolo.

Un ulteriore limite dell'approccio in questione deriva dal fatto che esso risente delle ulteriori approssimazioni necessarie alla stima del rendimento effettivo a scadenza (yield to maturity). In particolare, il tasso effettivo di rendimento rappresenta la media geometrica della struttura a termine dei tassi di interesse individuati nell'arco temporale di vita residua del titolo,<sup>139</sup> mentre teoricamente il valore attuale di ogni flusso finanziario dovrebbe essere determinato con il tasso di sconto appropriato.

Questo ultimo problema può essere in parte superato con il metodo del cash flow mapping.<sup>140</sup> Esso consiste in particolare nella individuazione di una serie di nodi o scadenze benchmark sulla curva dei tassi ai quali assegnare i valori attuali dei flussi di cassa futuri. La stima della curva dei tassi a termine costituisce il passo successivo e permette di assegnare ad ogni scadenza scelta un valore in termini di rischio (volatilità) e rendimento adeguato.

Innanzitutto occorre notare che, l'assegnazione dei flussi di reddito attesi alle rispettive date benchmark, permette di descrivere in maniera precisa la reale distribuzione del portafoglio. D'altronde la scelta di un elevato numero di vertici permette una migliore rappresentazione, ma allo stesso tempo può non consentire un'adeguata copertura, nel caso in cui per quella determinata scadenza non esistono, ad esempio, strumenti di copertura appropriati. In generale, la scelta del numero di nodi dovrebbe garantire la massima precisione possibile con il minor numero di date benchmark. L'assunzione di un certo trade off fra semplicità e attendibilità dipende dalla struttura specifica del portafoglio, dalle esigenze soggettive e dalle condizioni di liquidità ed efficienza del mercato di riferimento.

A titolo d'esempio, è opportuno ricordare la scelta di J.P. Morgan, che in RiskmetricsTM, utilizza i seguenti 14 vertici:<sup>141</sup>

---

<sup>133</sup> Si dice univocamente poiché il tasso di attualizzazione è l'unico parametro discrezionale. Il tempo e il valore nominale del flusso di cassa sono generalmente certi.

<sup>134</sup> SI veda a pagina n. 42.

<sup>135</sup> Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 63

<sup>136</sup> In questo caso si ipotizza che le stime di volatilità e correlazione siano compiute da istituzioni finanziarie specializzate e non da chiunque utilizzi il modello VAR. La produzione di tali misure dovrebbe avere infatti rendimenti di scala crescenti.

<sup>137</sup> J.P.Morgan/Reuters, opere citate, pg. 107

<sup>138</sup> L'approssimazione derivante dall'uso della duration è ben nota. Essa deriva dal fatto che la duration considera solamente variazioni lineari del prezzo al variare dei tassi di interesse.

<sup>139</sup> Fuller R. Farrell J., 1993, "Analisi degli investimenti finanziari", pg. 411

<sup>140</sup> Sironi A. Marsella M, opere citate, pg. 68

<sup>141</sup> J.P.Morgan/Reuters, opere citate, pg 117

1, 2, 6 e 12 mesi; 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 15, 20, e 30 anni.

La maggiore densità di nodi nel primo anno è comprensibile con la maggiore volatilità che caratterizza i tassi a breve termine rispetto a quelli a medio lungo termine, fenomeno evidenziato sia dall'evidenza empirica che dall'ipotesi di mean reversion dei rendimenti.<sup>142</sup> La seguente Tabella rappresenta, a titolo di esempio, la struttura dei tassi e delle volatilità stimate da RiskMetricsTM nell'aprile del 1995, riferita al mercato francese.

Tabella 6 Struttura dei Tassi a Termine (mercato francese) Aprile '95

Date	1 m	1 y	2 y	3 y	4 y	5 y	7 y	1 0 y	1 5 y
Volatilità	7	3. 1	2. 1	1. 7	1. 6	1. 5	1. 3	1. 3	1. 2
Tasso	8. 2 5	7. 0 4	7. 2 8	7. 3 9	7. 5 4	7. 6 3	7. 7 9	7. 9 2	8. 1 5

Fonte: RiskMetricsTM

Il mapping dei cash flow consiste nella scomposizione dei singoli zero coupon bond che compongono il titolo, e la successiva riallocazione degli stessi alle date benchmark. Il problema principale della procedura di riallocazione riguarda il fatto che spesso la scadenza del flusso non coincide con il vertice in precedenza individuato sulla curva dei tassi. La soluzione proposta da RiskMetrics e generalmente accettata, è quella di assegnare il flusso ai due vertici adiacenti come nello schema seguente.

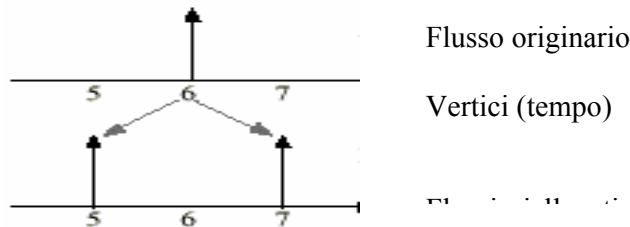


Figura 12 Fonte: RiskMetricsTM

Il cash flow originario non è però allocato in maniera discrezionale. I flussi derivati devono presentare gli stessi livelli di sensibilità alle variazioni dei fattori di mercato ed essere equivalenti in termini finanziari. In particolare, se si indica con  $X_t$  il flusso di cassa con scadenza naturale  $t$  e con  $V1$  e  $V2$  ( $V1 < V2$ ) i vertici della struttura dei tassi, occorre che siano rispettate le ipotesi seguenti:<sup>143</sup>

- $XV1 ; X_t ; XV2$  devono avere lo stesso segno.
- $X_t = XV1 + XV2$
- $Vart = Varp (XV1 ; XV2)$

Le condizioni impongono che il flusso di cassa originario ( $X_t$ ) non sia scomposto in due flussi di segno opposto, o ad esempio in una posizione corta e una lunga (a). Inoltre il valore attuale dei flussi derivati deve essere uguale al valore attuale del cash flow originale (b). Infine il rischio di mercato tra la posizione  $t$  e quelle allocate nei vertici  $V1$  e  $V2$  deve essere equivalente (c).<sup>144</sup>

Il modello usato da RiskMetricsTM rispetta le condizioni a), b), e c) attraverso il ricorso ad un'interpolazione lineare fra il rischio, individuato dal coefficiente di deviazione standard dei rendimenti dei vertici  $V1$  e  $V2$ . In primo luogo si stima il tasso di rendimento con il quale attualizzare il flusso di cassa al tempo  $t$ :

$$r_t = \frac{r_3 - r_t}{r_3 - r_1} r_1 + \frac{r_t - r_1}{r_3 - r_1} r_3 = \eta r_1 + (1 - \eta) r_3 \quad (19)$$

dove  $r_1$  e  $r_3$  sono i tassi relativi ai vertici  $V1$  e  $V3$ .

Quindi individuato il tasso opportuno in  $t$  è possibile ricavare il present value del flusso relativo.

$$X_t = \frac{CF_t}{(1 + r_t)^t}$$

<sup>142</sup> Vedi a pagina 63.

<sup>143</sup> Sironi A., Marsella M, opere citate, pg. 73

<sup>144</sup> Si considera il portafoglio dei flussi derivati poiché deve essere tenuto conto del relativo coefficiente di correlazione al fattore di rischio comune.

<sup>145</sup> Vedi anche Mignacca D., 1998, "Il mapping dei Cash Flow" in [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)

Attraverso la (16) è possibile stimare la volatilità di rt:

$$\sigma_t = \eta\sigma_1 + (1-\eta)\sigma_3$$

dove  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  sono le volatilità dei nodi V1 e V3.

Una volta stimato il rendimento e la volatilità del flusso di cassa da allocare ai due vertici, occorre che siano rispettate le condizioni a), b) e c). In particolare, l'ultima condizione, come già accennato, stabilisce che il portafoglio composto dai cash flow

derivati mantenga lo stesso rischio di mercato (RM) del flusso di cassa originale:

$$RM_t = RMV_1 + RMV_2 ; \quad \Leftrightarrow$$

$$\sigma_t^2 = \sigma^2[\alpha V_1 + (1-\alpha)V_2] ; \quad (20)$$

dove  $\alpha$  e  $(1-\alpha)$  indicano i pesi da assegnare rispettivamente al primo e secondo vertice.

Risolviendo la (17) per  $\alpha$  si ottiene che

$$\sigma_t^2 = \alpha^2 \sigma_1^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_3^2 + 2\alpha(1-\alpha)\rho_{1,3}\sigma_1\sigma_3 \quad 146 \quad (21)$$

con  $\rho_{1,3}$  coefficiente di correlazione fra i tassi dei vertici 1 e 3.

Risolviendo la (21) per  $\alpha$  si può scrivere:

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0 \quad \text{dove} \quad (22)$$

$$a = \sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\rho_{1,3}\sigma_1\sigma_3$$

$$b = 2\rho_{1,3}\sigma_1\sigma_3 - 2\sigma_3^2$$

$$c = \sigma_3^2 - \sigma_t^2$$

La soluzione positiva e coerente con le condizioni a) e b), determina la quota del flusso originario da allocare ai vertici prefissati.

Un problema implicito nella procedura appena descritta, e fino ad ora tralasciato, consiste nella stima della term structure, cioè dai valori di rendimento da assegnare ad ogni vertice. I valori attuali dei cash flow adottati nel modello di risk measurement dipendono direttamente dalla stima della struttura dei fattori di rischio.

La metodologia di stima della curva dei tassi può essere compiuta secondo svariati modelli, presenti in letteratura,<sup>147</sup> che in questo lavoro non saranno descritti. In generale, si possono identificare due procedure concettualmente diverse. La prima si basa su modelli matematici;

l'obiettivo è di minimizzare la funzione di errore  $\sum [P_i^*(t) - P_i(t)]$ , dove i valori in parentesi indicano rispettivamente, il valore teorico del titolo, ottenuto dalla somma dei valori attuali dei flussi di cassa che lo compongono, opportunamente scontati al tasso stimato, e il prezzo effettivo del titolo. La seconda metodologia si basa invece sul principio di non arbitraggio. La curva misurata è quella che annulla la possibilità di ottenere rendimenti privi di rischio.<sup>148</sup>

La numerosità dei vertici da stimare è chiaramente discrezionale, ma in generale la stima di un maggior numero di nodi consente di tenere conto di variazioni minime della curva dei tassi, o di variazioni nella curvatura. In particolare permette di considerare il rischio di livello, corrispondente a spostamenti paralleli della curva, il rischio di mutamento che si verifica invece

<sup>146</sup> La (18) deriva direttamente dalla formula generale dove:  $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Cov_{i,j} W_i W_j$  e quindi

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 W_i^2 + \sum_{j=1}^n \sigma_j^2 W_j^2 + 2 \sum^{(n)} Cov_{i,j} W_i W_j ; \quad \text{con } n = \frac{n^2 - n}{2} \quad \text{termini di}$$

covarianza.

<sup>147</sup> Barra J., 1989, "Estimating the term structure of interest rates for US Treasuries", in Barra NewsLetter, 8/1989. Cox J, Ingersoll J., Ross S., 1985, "A theory of the term structure of interest rates", in Econometrica, n. 53/1985. Gabbi G., 1996, "La term structure: elementi teorici, metodologie di costruzione e previsione dei tassi di interesse", in Gli strumenti derivati e le tecniche innovative nella gestione di portafogli obbligazionari, Università Bocconi

<sup>148</sup> Moriconi F., 1996, "Matematica Finanziaria", pg. 151

per movimenti non paralleli e il rischio di base relativo a variazione nei coefficienti di correlazione fra diverse strutture di tassi.<sup>149</sup>

## 2.7. Gli approcci non parametrici

Come si è visto nel paragrafo precedente, la stima del VAR attraverso gli approcci di natura parametrica richiede l'adozione di alcune ipotesi teoriche che in alcuni casi non sembrano adattarsi al reale comportamento delle variabili finanziarie analizzate. In particolare, le forzature maggiori riguardano le ipotesi adottate in merito alla stima del grado di sensibilità delle diverse posizioni rispetto ai relativi fattori di rischio e l'adozione di una particolare distribuzione dei rendimenti degli stessi fattori di mercato.

Le critiche rivolte agli approcci parametrici sono numerose<sup>150</sup> ma possono essere sintetizzate in alcuni punti fondamentali.

In primo luogo, come già accennato in precedenza, i modelli valore a rischio di natura parametrica possono essere molto affidabili in condizioni di mercato "normali", cioè per variazioni contenute dei fattori di mercato, comprese quindi in una o due volte la deviazione standard dei rendimenti. In base alla ipotesi di distribuzione normale, adottata dalla gran parte dei modelli parametrici per descrivere la distribuzione teorica dei rendimenti dei fattori di rischio, la probabilità di osservare un evento che eccede per intensità, le quattro deviazioni standard è di 3 volte su 100000. Ciò equivale su base temporale, ad una possibilità su 130 anni di giornate lavorative.<sup>151</sup> A titolo di esempio, il crollo del 1987 dell'indice Dow Jones fu del 23%. Tale variazione aveva una probabilità teorica di accadimento praticamente nulla. Una medesima verifica può essere compiuta per le variazioni empiriche dell'indice FTSE100 (indice azionario delle prime cento aziende inglesi per capitalizzazione). Si è calcolato il rendimento logaritmico giornaliero dell'indice dal 01/01/97 al 01/01/00, per un totale di 1043 osservazioni giornaliere. La deviazione standard dei rendimenti risulta essere pari a 0.01143. In base ad un livello di confidenza del 99.5%, corrispondente ad un valore di 2.58 deviazioni standard<sup>152</sup>, risulta che, la possibilità che il rendimento giornaliero ecceda il valore di  $-0.0295 = 2.58 \times 0.01143$ , è dello 0.05%, quindi di 5.21 volte su 1043. I risultati ottenuti dalla serie temporale dell'indice non rispettano però tali valori. Le eccezioni totali avvengono con un frequenza dell'1.43%, come mostrato dalla Tabella 8, contro una teorica dello 0.5%. Le variazioni estreme superiori all'intervallo di confidenza si manifestano 14 volte contro le 5.21 teoriche.

Tabella 7

Statistiche Rend. Logar. Giorn. FTSE100 (01/01/97 - 31/12/01)

RELOFTSE

N	Validi	1043,00000
Deviazione std.		,01143
Minimo		-,03889
Massimo		,04345

Fonte Dati: DATASTREAM

Grafico: nostra elaborazione (SoftwareSPSS)

<sup>149</sup> Torsello M., 1999, "Risk Management. Gli aspetti organizzativi", Gruppo Deutsche Bank, convegno Aifirm 1999, [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)

<sup>150</sup> Culp C.L., Miller M, Neves A., 1998, "Value at risk: uses and abuses", Journal of Applied Corporate Finance, vol. 10, n.4, pp.26-3; Beder T.S., 1995, "VAR seductive but dangerous", Financial Analyst Journal, 10/1995, pg. 12

<sup>151</sup> Drudi F., Generale A., Majnoni G., 1997, "Sensitivity of VAR measures to different risk models", in Temi di Discussione Banca Italia.

<sup>152</sup> Vedi a pg. 62

Tabella 8  
 Quinto percentile della distribuzione cumulata di frequenze (FTSE100)

Variab.	Perc.cumul.
-0,03889	0,0958773
-0,03661	0,1917546
-0,03417	0,2876318
-0,03345	0,3835091
-0,03268	0,4793864
-0,03242	0,5752637
-0,03133	0,6711409
-0,03103	0,7670182
-0,03089	0,8628955
-0,03056	0,9587728
-0,03048	1,05465
-0,03047	1,1505273
-0,03016	1,2464046
-0,03004	1,3422819

Figura 13  
 Distrib. Cumulata di frequenze Indice FTSE100 (01/01/97 - 31/12/01)

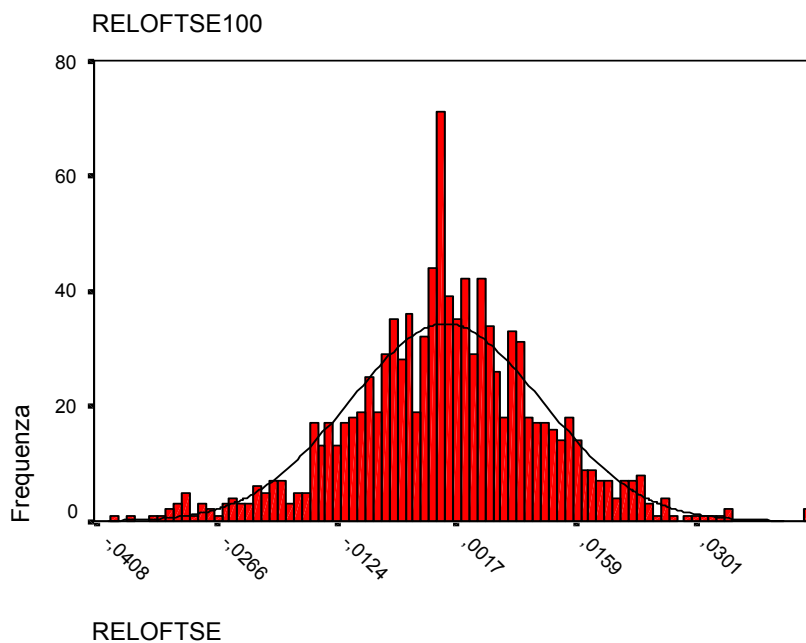
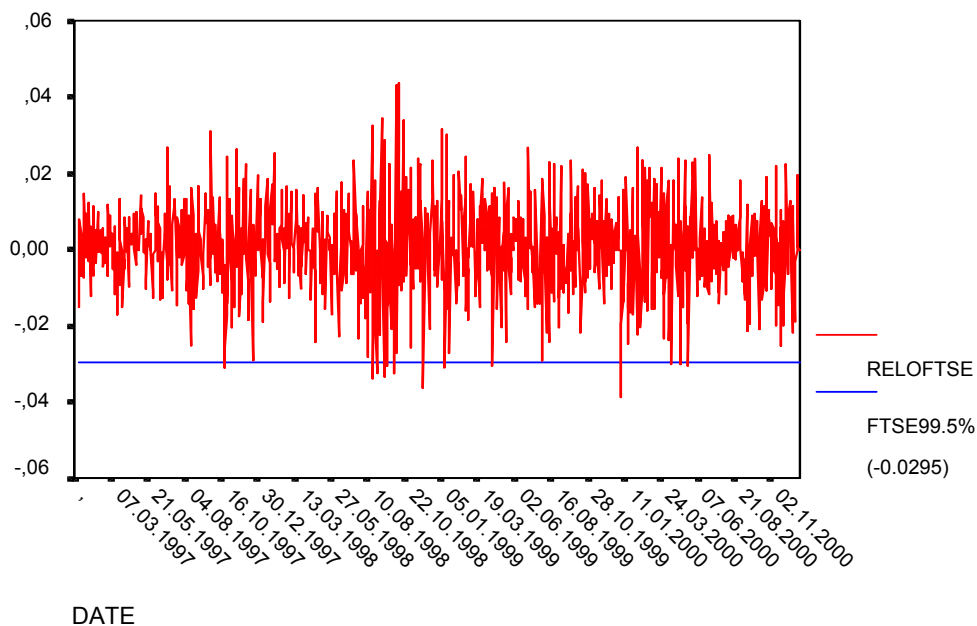


Figura 14  
 Grafico di sequenza rendimenti logaritmici FTSE100(01/01/97 - 31/12/01)



La stima della sensibilità delle posizioni al variare delle fonti di rischio viene invece approssimata da equazioni di primo ordine, valide quindi per movimenti infinitesimali degli stessi fattori di rischio. Tale formulazione fa assumere ai modelli in questione, caratteristiche di "validità locale". Tra l'altro, questa limitazione, è comune ad altre misure di sensibilità quali ad esempio la duration.

La seconda critica rivolta ai modelli parametrici riguarda la forma della distribuzione di probabilità dei rendimenti. In particolare la distribuzione normale applicata ai rendimenti delle attività finanziarie detenute in portafoglio, risulta in determinate ipotesi inappropriata. La simmetria della curva implica ad esempio, che medesime variazioni al rialzo o al ribasso abbiano la stessa probabilità di verificarsi, mentre in realtà tale ipotesi è potenzialmente negata. E' il caso della recente situazione macroeconomica in Giappone. Ad un livello dei tassi di interesse dell'1%, una politica monetaria espansiva e, quindi, un aumento del tasso di sconto dovrebbe essere più probabile rispetto ad una situazione opposta.<sup>153</sup>

Infine, ma non per importanza, appare il limite dei modelli VAR parametrici di approssimare con relazioni lineari il rapporto fra attività finanziarie e fattori di rischio. Per alcuni strumenti, infatti, come quelli a contenuto opzionale, tale ipotesi risulta del tutto inadeguata a rappresentare il reale rischio di mercato della posizione. L'adozione di modelli delta-gamma risolve in parte il problema, ma genera altre difficoltà di stima, per quanto riguarda la definizione della forma della distribuzione dei rendimenti e dei fattori di correlazione fra i diversi fattori di rischio.<sup>154</sup>

Il tentativo di superare, queste e le altre problematiche evidenziate in precedenza, riguardo la stima dei parametri del modello, ha condotto allo sviluppo delle cosiddette tecniche VAR di simulazione. In primo luogo è necessario rilevare che esse richiedono dal punto di vista computazionale un carico generalmente più elevato rispetto ai modelli parametrici, ma risolvono radicalmente alcuni dei problemi sopra citati.

I metodi di simulazione, chiamati anche non parametrici, possono essere ricondotti a due categorie principali.

La prima comprende gli approcci di simulazione storica, dove le variazioni del valore del portafoglio sono ottenute applicando allo stesso le variazioni storiche dei fattori di rischio. I valori così ottenuti opportunamente ordinati costituiscono la distribuzione dei rendimenti di portafoglio in un'ottica "what if". In altri termini, l'obiettivo è di simulare la perdita potenziale del portafoglio detenuto in base alle condizioni di rischio passate.

La seconda categoria, generalmente chiamata delle tecniche Montecarlo, non utilizza come il modello precedente, le variazioni storiche dei fattori di rischio, ma li deriva direttamente da un processo casuale. In questo caso la distribuzione dei fattori di rischio non è ottenuta dai valori storici, ma è appositamente generata per mezzo di tecniche numeriche basate su estrazioni random. La serie ottenuta è applicata alle posizioni di portafoglio al fine di ottenere una distribuzione ipotetica del valore dello stesso. Rispetto al modello di simulazione storica è invece comune il metodo di rivalutazione del portafoglio (full valuation) e quello di stima del valore di VAR desiderato. Quest'ultimo è ottenuto dalla serie ordinata (dal risultato peggiore al risultato

<sup>153</sup> Confronta con Iacopozzi C., 1999, "L'utilizzo dei modelli VAR nelle banche per la gestione del rischio di mercato", in Banche e Banchieri, n. 1/1999

<sup>154</sup> Wilson T., 1996, in Alexander C., opere citate, pg. 205

migliore) dei rendimenti. La distribuzione è "tagliata" all'intervallo di confidenza desiderato, per ottenere, una misura della probabilità statistica capace di isolare le n variazioni "worst case".<sup>155</sup> In verità, l'origine delle tecniche Montecarlo, non deriva dalla finanza ma dalla fisica. Esse furono sviluppate nel corso dell'ultimo ventennio per risolvere problemi numerici caratterizzati da un'elevata complessità tale da compromettere la normale trattabilità analitica.<sup>156</sup> Solo in seguito, negli anni 80, le tecniche di simulazione Montecarlo sono adattate alla soluzione di problemi di natura finanziaria, in particolare nel pricing di strumenti derivati.<sup>157</sup>

Le tecniche di simulazione risolvono quindi radicalmente, come già anticipato, alcuni dei problemi comuni ai modelli parametrici. In particolare la non linearità fra valore dello strumento e il relativo fattore di mercato è catturata dalla rivalutazione piena. La mancanza di normalità nella distribuzione dei rendimenti dei fattori di rischio è invece superata o dalla ricostruzione della serie storica dei fattori stessi (simulazione storica), o dalla costruzione ad hoc della serie dei rendimenti (simulazione Montecarlo). Il problema apparentemente marginale della non monotonicità fra variazione del fattore di rischio e del valore dello strumento viene invece superato attraverso il taglio della distribuzione di probabilità al percentile desiderato. Quest'ultimo punto merita un chiarimento. Alla base dei modelli parametrici c'è infatti l'ipotesi che la relazione fra il valore dello strumento finanziario e del relativo fattore di mercato sia monotona. In altri termini la massima perdita è associata ad un comportamento estremo del fattore di rischio, ma questo non avviene in alcuni strumenti finanziari complessi. Ad esempio nello straddle,<sup>158</sup> la massima perdita, avviene se a scadenza il sottostante assume lo stesso valore dello strike, nel caso dunque di volatilità nulla. Questa ipotesi non coincide certamente con un movimento estremo del mercato.<sup>159</sup> In tale circostanza l'intervallo di confidenza fissato per le variazioni del fattore di rischio non coincide più con l'intervallo dello strumento finanziario. La tecnica del taglio della distribuzione ordinata dei rendimenti, dal risultato peggiore al migliore, elimina questo problema. Le variazioni peggiori sono isolate indipendentemente dal movimento del mercato che le ha generate.

### 2.7.1. La simulazione Montecarlo

Il metodo della simulazione Montecarlo consiste in una tecnica matematica che fornisce, in base ad un approccio numerico, le soluzioni di alcuni problemi caratterizzati da una sostanziale intrattabilità analitica.

L'approccio fu introdotto in campo finanziario da Boyle negli anni '70,<sup>160</sup> per la soluzione dei problemi di pricing connessi agli strumenti derivati. Successivamente il metodo ha riscontrato un notevole successo nell'ambito del risk management a causa della difficoltà di rappresentare nei portafogli composti da strumenti finanziari ad alto contenuto opzionale o non lineare, la forma della distribuzione dei rendimenti e il relativo valore a rischio.

Il metodo Montecarlo è utilizzato in generale per risolvere problemi ad elevata dimensionalità. In particolare, questo accade, quando il numero di variabili sottese alla funzione oggetto di studio raggiunge un numero elevato tale da compromettere l'analisi con i tradizionali metodi analitici. Questo problema è particolarmente avvertito nei problemi di pricing di strumenti finanziari complessi, ma anche nei problemi di risk management. Nelle problematiche di pricing, le tecniche di simulazione hanno come obiettivo la ricerca del valore medio ottenuto dalla simulazione stessa, non ottenibile con i tradizionali metodi di analisi. Nei problemi di risk measurement i risultati ottenuti vengono invece semplicemente ordinati, così da consentire l'associazione di un adeguato livello di confidenza statistica, ottenuto in questo caso, attraverso il taglio della distribuzione simulata.

In altri termini, il problema da stimare consiste nella soluzione di una funzione n - dimensionale, in cui, il valore del portafoglio dipende dagli n fattori di rischio sottostanti ai k contratti che lo compongono. La distribuzione delle variazioni del portafoglio dipenderà dalle n manifestazioni uniperiodali degli n fattori di rischio, che supponiamo siano costituite da variabili casuali.

Si può scrivere dunque:

$$P(V_1; V_2; \dots; V_n) = \sum_k C_k (V_1; V_2; \dots; V_n) ;$$

Dove  $C_k$  indica il k - esimo contratto contenuto del portafoglio e  $V_n$  corrisponde al rendimento dell' n - esimo fattore di rischio, mentre P indica il valore del portafoglio. La differenza positiva o negativa di P, dal tempo t-1 al tempo t, che chiamiamo  $\Delta P$ , dipende dal valore futuro (valore in t previsto al tempo t-1) del portafoglio.

<sup>155</sup> Iacopozzi C., opere citate, pg. 71

<sup>156</sup> Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 225

<sup>157</sup> Vedi Boyle P., 1977, "Options: a Montecarlo approach" in Journal of Financial Economics, n. 4/1977 e Hull J., 1999, "Introduzione ai mercati dei Futures e delle opzioni" pg. 352

<sup>158</sup> Lo straddle è un contratto derivato artificiale creato dall'acquisto simultaneo di due contratti derivati, uno call e uno put, trattati sul medesimo sottostante e allo stesso strike. In questo modo si "scommette" sulla volatilità dell'underlying.

<sup>159</sup> Vedi Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 209

<sup>160</sup> Boyle P., 1977, "Options: a Montecarlo approach", in Journal of Financial Economics, n.4/1977

Il VAR del portafoglio può essere definito, sotto queste condizioni, il valore che rende valida la seguente uguaglianza:

$$\int_{z=-VAR}^{+\infty} p \Delta P \quad (24);$$

dove  $p$  è la probabilità della relativa variazione di  $P$ , individuata nella funzione di densità e  $z$  corrisponde alla area individuata dagli estremi.<sup>161</sup>

Il problema dimensionale della (24), che non permette di risolverla per  $-VAR$  con i metodi comuni di integrazione, deriva appunto dal numero delle variabili ( $n$ ). Nella letteratura ciò è chiamato "curse of dimensionality" (sciagura dimensionale).<sup>162</sup>

L'approccio numerico Montecarlo consente di superare il problema accennato che consiste appunto, nell'impossibilità di risolvere la (24) in forma chiusa.

Supponendo che  $f$  sia integrabile in  $[a; b]$ , con  $[a; b] \in R +$  e di dimensioni unitarie, attraverso l'approccio numerico, l'intervallo di integrazione viene suddiviso in  $x$  settori, che costituiscono una ripartizione finita di  $[a; b]$ . La stima della (24) corrisponde alla stima dell'area degli  $x$  settori  $n$ -dimensionali, ma il carico computazionale richiesto per la misura dell'area sottesa alla funzione di densità cresce con un fattore pari ad  $x^n$ .

Nel caso bi - dimensionale, ad esempio, con  $x = 100$ , l'area di integrazione  $[a; b] \times [a; b]$  viene suddivisa in  $100 \times 100$  settori, cioè in 10000 settori. Questo esempio chiarisce le difficoltà di effettuare l'analisi con i tradizionali metodi analitici. La soluzione al problema è di stimare l'integrale, non quella di risolverlo. L'approssimazione tramite il metodo Montecarlo consente di stimare l'area sottesa alla funzione di densità tramite il seguente risultato:

$$\int f(x) dx \cong \sum_{k=1}^{x^n} A_k \quad (25);$$

dove  $A_k$  corrisponde alla  $k$  - esima area del settore individuato.

Dalla (25) deriva che :

$$\int f(x) dx \cong x^n \left[ \frac{\sum_{k=1}^{x^n} A_k}{x^n} \right] \cong x^n \text{ Med}(A_k); \quad (26);$$

dove  $\text{Med}(A_k)$  è la media aritmetica delle aree dei  $k$  settori.

Il problema è a questo punto come scegliere i settori  $A_k$  di cui stimare l'area, dato che, la misura di tutti i settori sarebbe di fatto irrealizzabile per dimensioni molto grandi.

Il metodo Montecarlo risolve la questione, proponendo una scelta casuale dei settori  $A_k$ .

In questo modo è dimostrabile<sup>163</sup> che l'efficacia della stima non dipende dalla dimensione del problema ma aumenta proporzionalmente con l'aumentare delle simulazioni effettuate. La

varianza dello stimatore Montecarlo decresce all'aumentare di  $n$  con un tasso pari a  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ , dove  $n$  corrisponde appunto al numero delle simulazioni casuali effettuate.

Un ulteriore problema deriva dalla scelta della distribuzione dalla quale effettuare la campionatura. Nei problemi di risk measurement tale fatto assume un'importanza decisiva. La tecnica Montecarlo deriva i valori casuali dall'inversa della funzione cumulativa di probabilità che possiede un codominio definito nell'intervallo  $[0; 1]$ . L'estrazione casuale da quest'ultimo intervallo e la successiva inversione della funzione sottostante, permettono di associare all'estrazione casuale i corrispondenti valori della variabile aleatoria. La distribuzione scelta per rappresentare le variazioni dei fattori di mercato deve essere il più possibile veritiera, nel senso che dovrebbe rispecchiare nel miglior modo possibile il reale comportamento del fattore di rischio considerato. Il vantaggio che deriva dalla tecnica Montecarlo, rispetto ai modelli parametrici, è quello di poter utilizzare qualunque distribuzione di probabilità, dato che l'intervallo di confidenza statistica viene individuato attraverso il taglio della serie ordinata dei rendimenti di portafoglio simulati. Nei modelli parametrici invece, la distribuzione normale, è utilizzata per consentire una semplice interpretazione degli intervalli di confidenza stabiliti a priori, attraverso i multipli della

<sup>161</sup> Vedi anche in Cancellieri G., Gambi E., 1996, "Probabilità e fenomeni aleatori", pg.46

<sup>162</sup> Holton G., 1998, "Simulating Value at Risk", in The Journal of Portfolio Management, n. 3/1998

<sup>163</sup> Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 231

deviazione standard, sebbene la realtà empirica spesso dimostri<sup>164</sup> che le variabili finanziarie seguono processi diversi da quelli descritti dalla funzione di Gauss.<sup>165</sup>

La prima fase del processo di implementazione richiede dunque che siano stabilite le caratteristiche fondamentali della distribuzione di probabilità del fattore di rischio attraverso il ricorso alle serie storiche dei rendimenti. Ad esempio, RiskMetrics<sup>TM</sup> nel suo modello, adotta la distribuzione lognormale dei rendimenti (quindi la normale della trasformata logaritmica) ma vincola il vettore casuale al rispetto della matrice di correlazione tra i fattori di rischio, attraverso la scomposizione di Cholesky.<sup>166</sup>

Le caratteristiche della distribuzione possono essere semplicemente individuate nei primi quattro momenti della distribuzione empirica, che corrispondono ai valori di media, deviazione standard, asimmetria e curtosi.<sup>167</sup> Dati i primi quattro momenti è possibile campionare i valori casuali dalla funzione di probabilità che meglio descrive il valore dei parametri (momenti) individuati.<sup>168</sup>

Una tecnica che permette di modellare i risultati empirici del fattore di rischio in una distribuzione campionabile è quella proposta da Ramberg J.<sup>169</sup>, per mezzo della funzione lambda di Tukey.<sup>170</sup> In questo caso, le estrazioni casuali effettuate nell'intervallo [0 1] dalla funzione lambda<sup>171</sup>, corrispondono alle variabili casuali del fattore di rischio, distribuite con i parametri di media, deviazione standard, curtosi e asimmetria desiderate.

Il secondo passaggio fondamentale dell'applicazione Montecarlo consiste nella valorizzazione del portafoglio, sulla base degli scenari di prezzo simulati per gli n fattori di rischio. Ad esempio, nel caso di un titolo obbligazionario, il fair value è ottenuto dall'attualizzazione dei flussi di cassa futuri, mentre nel caso di un'opzione si possono utilizzare metodi classici quali il modello di Cox J., Ross S., Rubinstein M.<sup>172</sup> o quello di Black and Scholes<sup>173</sup>.

La scelta del modello adatto alla valutazione dell'attività è comunque determinante. In generale la scelta di un processo più veloce da implementare conduce ad una rivalutazione del portafoglio grossolana, e attenua i vantaggi dell'approccio Montecarlo. L'errore commesso dal modello viene appunto chiamato in letteratura<sup>174</sup> "model risk".

La valutazione piena del portafoglio conduce all'ultimo step dell'implementazione del modello, che è rappresentato dall'ordinamento dei risultati ottenuti. Ad ogni simulazione corrisponde quindi un diverso valore del portafoglio e la serie ordinata delle diverse rivalutazioni, dal risultato peggiore al risultato migliore permette di estrarre il percentile desiderato, ed ottenere la corrispondente stima di VAR.

L'approccio Montecarlo è quindi una valida alternativa agli approcci parametrici nel caso in cui, il portafoglio detenuto, comprenda posizioni con andamento di prezzo non lineare. In questi casi, la valutazione piena risolve drasticamente i problemi di stima legati a movimenti estremi del mercato<sup>175</sup>, che, come già accennato in precedenza, spesso non sono ben rappresentati dagli approcci parametrici.

Una seconda caratteristica attraente dei metodi basati su simulazioni Montecarlo, riguarda la possibilità di adattare per la generazione degli scenari random, distribuzioni di probabilità dei fattori di rischio non normali. Nei modelli parametrici, invece, la dipendenza da funzioni di distribuzione normali è necessaria per permettere l'esatta determinazione degli intervalli di confidenza, pur riconoscendo che in alcuni casi la distribuzione normale non fornisce una buona rappresentazione del comportamento dei fattori di rischio.

Naturalmente la tecnica Montecarlo non è immune da critiche. In primo luogo, come già accennato, la valutazione piena di strumenti complessi richiede la scelta di funzioni di valutazioni appropriate (model risk), e dato il trade - off fra facilità di implementazione e accuratezza della stima devono essere valutate attentamente le scelte da adottare. Discorso analogo vale inoltre

---

<sup>164</sup> Duffie D., Pan J., 1997, "An overview of value at risk", in Journal of Derivatives, n. 3/1997

<sup>165</sup> L'associazione di intervalli di confidenza a distribuzioni di probabilità con media e varianze

finite permette di dire che:  $P[x - \mu \geq k\sigma] \leq \frac{1}{k^2}$ ; dove  $\mu, \sigma$  corrispondono rispettivamente

alla media e alla varianza e P è la probabilità. (Teorema di Tchebycheff); vedi in Giudici P., 2000, "La simulazione Montecarlo in finanza: problemi aperti e prospettive", in [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)

<sup>166</sup> Vedi in J.P. Morgan/Reuters, opere citate, pg. 152

<sup>167</sup> Vedi in Holton G., opere citate, pg. 18

<sup>168</sup> Tali metodi richiedono però di supporre la stazionarietà della serie e quindi dei rispettivi momenti.

<sup>169</sup> Ramberg J., Tadikamalla P., Dudewicz E., Mykytka E., 1979, "A probability Distribution and its uses in fitting data, in Technometrics, n.21/1979

<sup>170</sup> Vedi Maspero D., 1997, "I modelli VAR basati sulle simulazioni", in Sironi A., Marsella M, opere citate, pg. 268

<sup>171</sup> La finzione lambda è definita come funzione percentile, ossia l'inversa della funzione di ripartizione. Vedi in Giudici P., opere citate.

<sup>172</sup> Cox. J. Ross.S., Rubinstein M., 1979, "Option pricing: a simplified approach", in Journal of Financial Economics, n. 7/1979, pg. 229-263

<sup>173</sup> Vedi a pag. 73

<sup>174</sup> Iacopozzi C., opere citate, pg. 72

<sup>175</sup> Questo chiaramente si ottiene attraverso un alto numero di simulazioni, che permettono di rappresentare bene la relativa funzione di distribuzione. Facendo ad esempio due sole simulazioni, le code delle distribuzioni sarebbero sicuramente sottorappresentate.

per la numerosità delle variazioni simulate. Un maggior numero di estrazioni fa diminuire proporzionalmente l'errore dello stimatore, ma comporta un aggravio dell'onerosità di calcolo richiesta dalla implementazione.<sup>176</sup>

### 2.7.2. L'approccio di simulazione storica

L'approccio di simulazione storica è concettualmente molto simile al metodo Montecarlo. Allo stesso modo del modello presentato nel paragrafo precedente la misura di VAR deriva dalla rivalutazione piena (modelli di full valuation) di tutte le poste in portafoglio in corrispondenza delle variazioni dei fattori di rischio. La differenza fondamentale nell'implementazione dei due modelli riguarda invece, la metodologia con la quale vengono generate le variazioni dei fattori di rischio. Mentre, come si è visto in precedenza, la tecnica Montecarlo genera le variazioni dei fattori di mercato attraverso un approccio basato su estrazione di variabili casuali, il metodo di simulazione storica provvede alla generazione degli input sulla base delle variazioni passate dei fattori di mercato. Il portafoglio attuale è rivalutato sulla base delle variazioni registrate in un determinato periodo storico (orizzonte di riferimento) dagli stessi fattori di rischio. La rivalutazione piena di tutti gli strumenti di portafoglio conduce alla costruzione di una serie dei rendimenti di portafoglio, che, opportunamente ordinata, dalla massima perdita al massimo guadagno, permette l'estrazione del VAR al percentile desiderato. Ad esempio in una serie costituita da 10000 rendimenti simulati di portafoglio, conduce ad una stima del VAR al 95% di confidenza in corrispondenza della 500 - esima peggiore perdita.

Nell'approccio di simulazione storica si assume che la serie storica dei rendimenti sia una buona approssimazione del futuro andamento delle variabili finanziarie. Se ciò è valido, la distribuzione dei fattori di rischio è completamente implementata nel modello; non è necessaria alcuna approssimazione o ipotesi teorica sul comportamento della distribuzione dello specifico fattore di rischio.

Dal punto di vista applicativo, la metodologia è molto semplice, a patto che si conosca con esattezza la serie storica dei rendimenti di mercato della variabile finanziaria. Un problema del modello di simulazione storica è di richiedere necessariamente serie storiche dei rendimenti complete, cioè senza buchi, e sufficientemente lunghe. Nel caso in cui la serie è priva di alcuni dati, a causa ad esempio della scarsa liquidità della variabile finanziaria, sorgono gravi problemi di implementazione.

Benché la sua semplicità lo renda un modello piuttosto attraente, il metodo di simulazione storica risente di alcuni problemi di natura statistica, oltre a quelli già menzionati.<sup>177</sup>

Il principale è di supportare la serie stazionaria nel tempo. Come si è visto nel paragrafo dedicato al modello varianze - covarianze,<sup>178</sup> le serie storiche dei rendimenti non sempre rispettano tale condizione. Spesso quindi le osservazioni passate non sono una buona approssimazione delle condizioni future di rischio e rendimento. Il problema statistico deriva dal fatto che le variazioni passate dei fattori di mercato, nel metodo di simulazione storica, vengono assegnate al portafoglio di negoziazione con lo stesso peso e con la medesima probabilità di realizzazione. Eventuali condizioni di eteroschedasticità e volatility clustering sono ignorate.

In parte il problema potrebbe essere mitigato con l'utilizzo di serie storiche molto lunghe, riducendo in questo caso il cosiddetto "sampling error",<sup>179</sup> ma come si è detto, non sempre esistono serie di dati sufficientemente lunghe. La mancanza di dati non costituisce invece un ostacolo per il metodo Montecarlo, poiché la serie è generata artificialmente.

L'approccio di simulazione su dati storici supera in termini di affidabilità l'approccio Montecarlo, e costituisce la migliore stima, nel caso in cui, la struttura di correlazione (la matrice varianze - covarianze tra i fattori di mercato) cambia notevolmente nel tempo. Nel metodo di simulazione storica, la distribuzione condizionata dei rendimenti dei fattori di rischio è completamente descritta. Non è richiesta alcuna specificazione e nessuna stima parametrica dei coefficienti di correlazione. Al contrario, nel metodo Montecarlo, pur se la distribuzione può essere scelta arbitrariamente, i coefficienti di correlazione rimangono stabili e introdotti implicitamente o esplicitamente a priori. Inoltre l'approccio di simulazione storica risente al pari dei metodi di stima della volatilità descritti in precedenza,<sup>180</sup> dell'effetto ghost features. Assumendo un numero limitato e stabile di osservazioni storiche (1, 2, 3, 5, 10 anni ecc.), la misura di VAR ottenuta varia in base alle condizioni passate dei rendimenti. Se il campione presenta forti fenomeni di eteroschedasticità o brusche variazioni di prezzo, la misura del valore a rischio risponderà in maniera diretta all'entrata nel campione dei dati estremi, ma nel momento dell'uscita la stima registrerà una variazione proporzionale, anche nel caso in cui le condizioni di mercato non siano sostanzialmente variate (roll-off effect).<sup>181</sup>

---

<sup>176</sup> Confronta con quanto detto nella nota precedente.

<sup>177</sup> Holton G., opere citate, pg. 11

<sup>178</sup> Vedi a pg. 64

<sup>179</sup> Holton G., opere citate, pg. 10

<sup>180</sup> Confronta con il paragrafo 2.3.1.1

<sup>181</sup> La serie storica, infatti, scorre continuamente nel tempo. Il dato più recente occupa il posto dell'osservazione più vecchia.

## 2.8. Le prove di stress

Le prove di stress costituiscono una metodologia complementare rispetto a quelle descritte nei paragrafi precedenti. L'obiettivo è di misurare la perdita attesa di una posizione o di un portafoglio a fronte di variazioni estreme dei fattori di rischio. Il loro utilizzo, come già accennato è complementare rispetto a quello dei tradizionali modelli VAR poiché, spesso, le misure di perdita attesa generate sia dagli approcci parametrici che da quelli a valutazione piena, non riguardano variazioni dei fattori di mercato eccezionali. In altri termini, il problema specifico è riconducibile a quello più generale, accennato in precedenza, di incorporare nelle misure di valore a rischio le code grasse "fat tails" delle distribuzioni teoriche dei rendimenti di mercato. Una recente pubblicazione della Banca dei Regolamenti Internazionali<sup>182</sup> conferma l'importanza di tali metodologie nella definizione di un efficiente sistema di risk measurement. Le prove di stress sono inoltre necessarie ai fini del rispetto della normativa di vigilanza per l'utilizzo da parte della banca di metodologie interne di misurazione del rischio.<sup>183</sup> In particolare la Banca d'Italia specifica che l'approccio di stress deve evidenziare il comportamento della posizione di portafoglio a fronte di movimenti estremi per ogni fattore di rischio, di mercato, di credito e operativo. Inoltre le valutazioni devono riguardare aspetti sia qualitativi che quantitativi. I criteri quantitativi consistono nella simulazione di approcci di scenario estremi sia delle variazioni dei fattori di rischio che di particolari fenomeni di illiquidità, che non permettano di smobilizzare le posizioni a costi ragionevoli. I criteri qualitativi hanno l'obiettivo di fornire al management e all'istituzione di vigilanza indicazioni sull'eventuale necessità di coprire il portafoglio con strumenti idonei (ad esempio derivati) e valutare la capacità complessiva del patrimonio di sopportare le perdite potenziali.

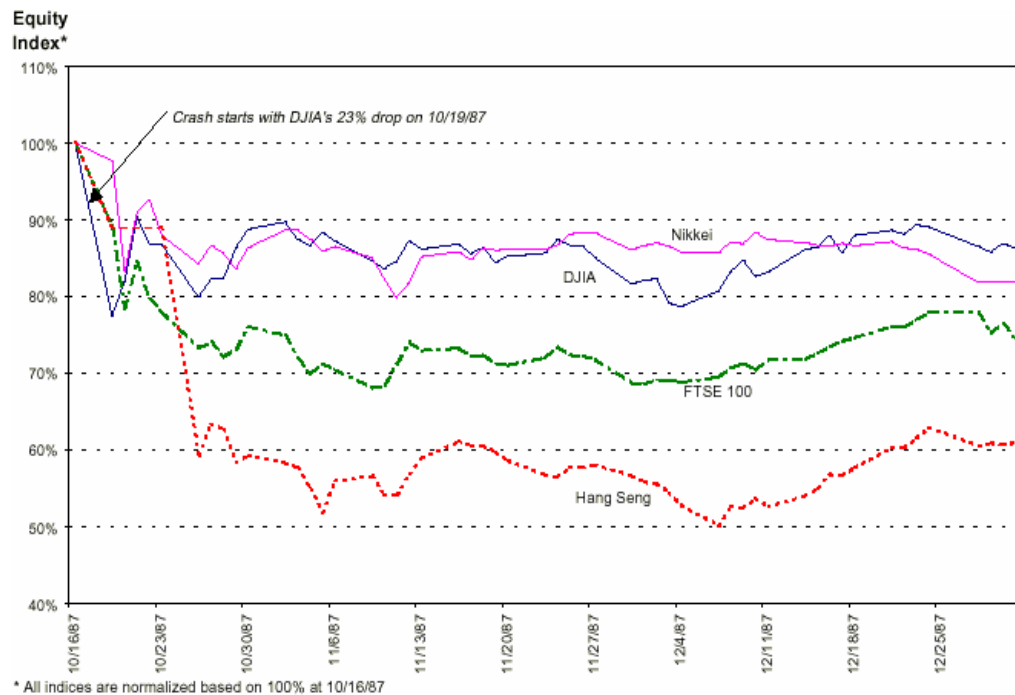
Banca Italia stabilisce due diverse tipologie di prove di stress da eseguire congiuntamente: quelle condotte dalle stesse banche e quelle invece definite esplicitamente dall'organo di controllo. Nelle prime, la metodologia è scelta autonomamente ma va in ogni caso comunicata all'organo di controllo ai fini di verifica. Gli scenari devono comprendere situazioni di stress elevate e soggettivamente sfavorevoli per quella determinata composizione di portafoglio. Le seconde consistono invece nel sottoporre il portafoglio a condizioni di mercato effettivamente verificatesi in passato, come ad esempio il crollo azionario del 1987 rappresentato in Figura 15, dove la normalizzazione in base 100 rende l'idea della perdita registrata in pochi giorni dai quattro indici azionari Nikkey, Dow Jones IA, FTSE e Hang Seng, quello obbligazionario del 1994 e quello del 1997, riferito ai mercati asiatici.

---

<sup>182</sup> Bank for International Settlements, 2000, "Stress testing by large financial institutions: current practice and aggregation issues", Aprile 2000

<sup>183</sup> Banca d'Italia, 2000, "Istruzioni di vigilanza per le banche", Febbraio 2000, Parte II, Sezione IV, Cap.3, pg. 50. Vedi anche Emendamento dell'Accordo di Basilea sui requisiti patrimoniali per incorporarvi i rischi di mercato" del gennaio 1996, aggiornato ad aprile 1998; e la direttiva 93/6/CEE del 15 marzo 1993 relativa all'adeguatezza patrimoniale delle imprese di investimento e degli enti creditizi come modificata dalla direttiva 98/31/CE del 22 giugno 1998

Figura 15 Il crash azionario del 1987  
 Fonte: Bank Accounting and Finance, Spring 1999



Gli effetti di tali condizioni devono essere verificati sia per la componente prezzo sia per quella di liquidità. Infine, la comunicazione all'organo di controllo riguarda le perdite potenziali rispetto a variazioni estreme nei coefficienti di volatilità e correlazione degli stessi fattori di rischio, confrontando appunto quelle utilizzate in condizioni normali con quelle caratteristiche di scenari di mercato particolarmente sfavorevoli.

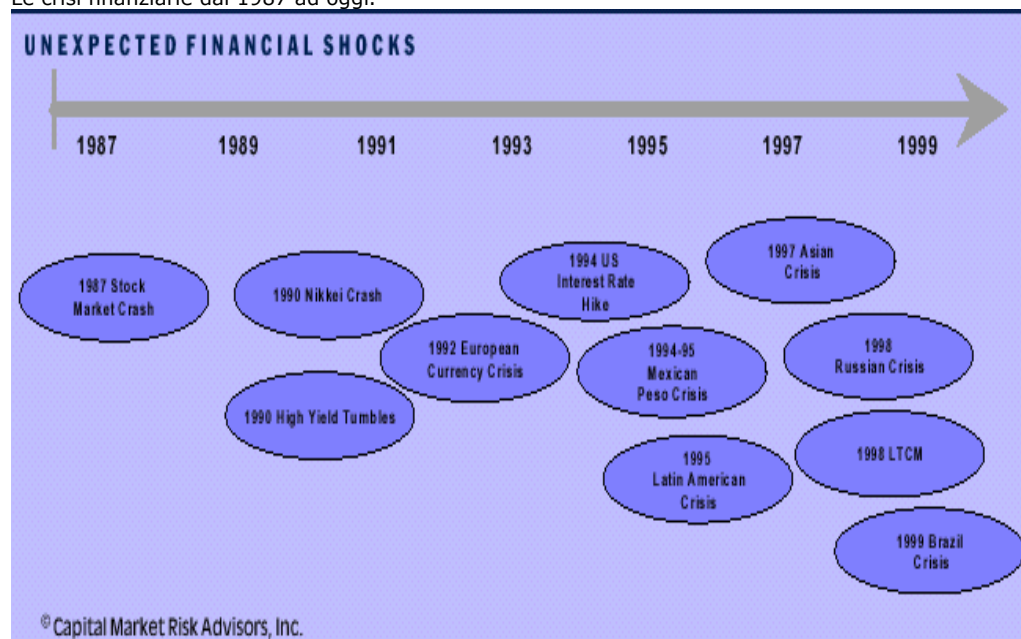
Le tecniche di realizzazione degli scenari utilizzate dalle banche sia per esigenze interne, risk-allocation, che ai fini di vigilanza possono essere diverse. Quella più comune consiste nella valutazione delle conseguenze di una variazione estrema di un singolo fattore o più fattori di rischio, chiamata anche analisi di sensitività semplice. E' generata la variazione e rivalutato di conseguenza il portafoglio in base alle nuove condizioni. Più usata, e più indicativa, risulta la rivalutazione del portafoglio in base a più scenari di mercato, riferiti a diversi fattori di rischio<sup>184</sup>, tecnica chiamata appunto analisi di scenario.

Le condizioni di stress derivano per entrambi gli approcci da due ipotesi differenti: il metodo degli scenari storici ricava le condizioni di mercato dal passato, ad esempio le crisi finanziarie rappresentate nel diagramma di Figura 16 per gli ultimi 10 anni e quelle indicate specificatamente anche da Banca Italia.<sup>185</sup>

<sup>184</sup> Shachter B., 1998, "The value of stress testing in market risk management", Working Paper of Chase Manhattan Bank. [www.chase.com](http://www.chase.com)

<sup>185</sup> Vedi pag.105

Figura 16  
Le crisi finanziarie dal 1987 ad oggi.



Fonte: "Reflections on Risk Management", Business Economics, April 2000

Il metodo degli scenari ipotetici corrisponde invece a set di variazioni estreme, rare ma plausibili.<sup>186</sup> Quest'ultimo metodo ha il vantaggio di poter assegnare alla matrice di variazione dei fattori di rischio, parametri di volatilità e correlazioni particolarmente intense difficilmente reperibili dai dati empirici.<sup>187</sup>

Le tecniche appena esaminate si basano sulla valorizzazione di determinate (e discrete) condizioni di stress, senza però fornire, a tali eventi una statistica formale. In altri termini, viene ipotizzata la possibilità che esse si verifichino senza indicare però la relativa funzione di densità.

I modelli basati sulla teoria dei valori estremi, (Extreme Value Theory), fanno parte di una particolare branca della statistica che studia l'ipotetica distribuzione di fenomeni rari e eccezionali, attraverso l'utilizzo di informazioni limitate ed a bassa frequenza di osservazione; nel risk management equivale allo studio delle code della distribuzione dei rendimenti.<sup>188</sup> Lo sviluppo di tali modelli deriva da altre discipline scientifiche, quali l'idrologia e l'ingegneria strutturale dove sono utilizzate, appunto, per l'analisi dei rischi e dei costi di eventi catastrofici come alluvioni e terremoti.

In base ai soli parametri di media e deviazione standard di una generica distribuzione di variabili casuali, è possibile ricondurre la distribuzione dei fenomeni estremi a una specifica funzione di densità,<sup>189</sup> che si propone di rappresentare le code della distribuzione originaria.

Come bene rappresentato in Figura 17 le perdite massime registrate dall'indice Standard and Poor 500, nell'ultimo decennio si collocano tutte oltre i normali intervalli di confidenza usati generalmente negli approcci VAR, cioè di 2/3 volte la deviazione standard dei rendimenti.

<sup>186</sup> Mc Neil A., 1997, "On extreme and crashes", in [www.math.ethz.ch/umcneil](http://www.math.ethz.ch/umcneil)

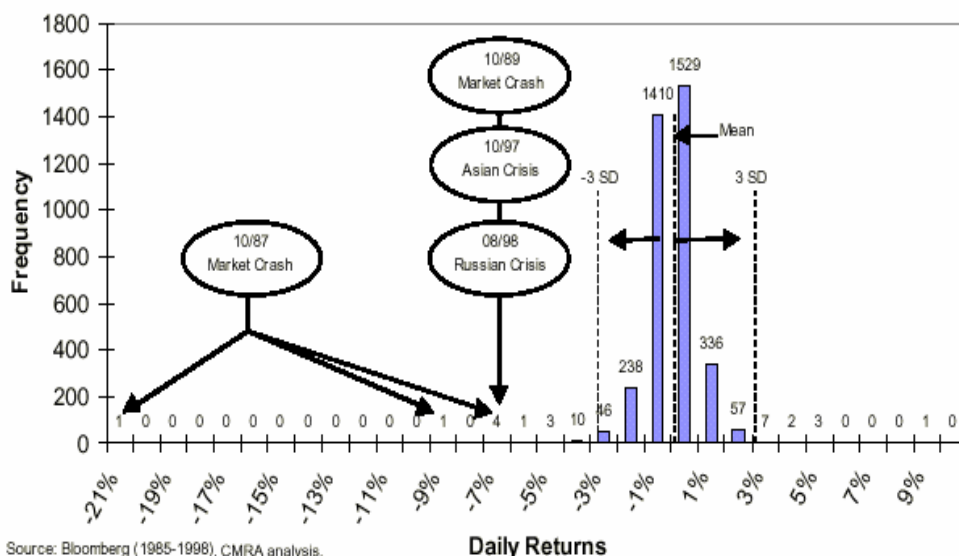
<sup>187</sup> Per un approfondimento di questo metodo e sulle conseguenze delle variazioni di volatilità e correlazione si veda: Brooks C. e Persed G., 2000, "Value at risk and market crash", in Discussion Paper in Finance, The Business School for Financial Markets, University of Reading, [www.ismacentre.rdg.ac.uk](http://www.ismacentre.rdg.ac.uk), e anche Finger C. e Kim J., 2000, "A stress test to incorporate correlation breakdown", RiskMetrics Group, Working Paper n.99/08/ del Aprile 2000, [www.riskmetrics.com](http://www.riskmetrics.com)

<sup>188</sup> Aragonés J., Bianco C., Down D., 2000, "Learning Curve: Extreme Value VAR", in Derivatives Week, Marzo 2000 e inoltre Diebold F., Shuermann T., Stroughair D., 1998, "Pitfall and opportunities in the use of Extreme Value Theory in risk management", Wharton School, University of Pennsylvania, n.10/1998

<sup>189</sup> L'implementazione è contenuta in Bensalah Y., 2000, "Steps in applying Extreme Value Theory to Finance: a review", in Working Paper of Bank of Canada, n.20/2000, [www.bankofcanada.ca](http://www.bankofcanada.ca)

Figura 17 Crash e code della distribuzione  
 Fonte: "Reflections on Risk Management", Business Economics, April 2000

**Market Shocks Can Exceed Three Standard Deviations  
 S & P 500 Price Returns**



Le tecniche espone hanno quindi lo scopo di fornire informazioni aggiuntive sul rischio di portafoglio. In base ai tradizionali metodi di stima, in particolare quelli parametrici, la struttura di volatilità e i relativi intervalli di confidenza non possono tener conto delle perdite estreme. Inoltre, come già accennato, i fenomeni di alta volatilità sono spesso caratterizzati da alta autocorrelazione (volatility clustering). Le variazioni massime si evolvono sovente in intervalli superiori agli holding period impiegati nella misura di VAR. Chase Manhattan, ad esempio, utilizza un approccio di valore a rischio con un alto intervallo di confidenza (99%), ma con un periodo di detenzione overnight. Movimenti del mercato sfavorevoli, prolungati e fortemente correlati, producono perdite di portafoglio superiori a quelle che derivano da una stima parametrica calcolata su un breve periodo di detenzione, in considerazione del fatto che, ingenti posizioni a rischio, spesso non possono essere smobilizzate immediatamente nei periodi di massima tensione.<sup>190</sup>

Negli approcci parametrici esiste inoltre la difficoltà di incorporare nella stima le relazioni non lineari fra strumento e relativo fattore di rischio.<sup>191</sup> In condizioni di mercato normali, tali relazioni possono originare fenomeni di model risk accettabili, ma in casi di forte instabilità la stima compiuta risulta inevitabilmente inappropriata. La rivalutazione della posizione in base a prefissate variazioni anomale, sia storiche che ipotetiche, permette una migliore rappresentazione delle perdite potenziali. Infine le prove di stress consentono di valutare le conseguenze di movimenti asimmetrici del mercato. In caso di portafogli composti da posizioni lunghe e corte, l'ipotesi di distribuzione normale dei rendimenti presuppone una simmetria delle reazioni del valore del portafoglio<sup>192</sup>, ma spesso ciò non accade. Variazioni della stessa intensità, ma di segno opposto, non producono effetti simmetrici. La rivalutazione del portafoglio sulla base di specifici scenari di stress simmetrici, permette di tener conto della perdita di normalità e del relativo errore di previsione della reale distribuzione dei rendimenti.

2.9. Conclusioni

Nel corso del capitolo si è tentato di fornire una rappresentazione sintetica e generale dei principali metodi di stima del valore a rischio di un portafoglio finanziario e dei problemi connessi riguardo alle ipotesi sottostanti. Occorre precisare che le tecniche espone non esauriscono le possibili e molteplici metodologie di misurazione del rischio di mercato, ma si è provato a fissare

<sup>190</sup> Una interessante verifica di ciò è condotta da Dimson E., Marsh P., 1997, "Stress Test of Capital Requirements", Journal of Banking and Finance, n.21/1997

<sup>191</sup> Vedi approccio delta-gamma.

<sup>192</sup> La combinazione di variabili normalmente distribuite segue una distribuzione normale

i punti principali, dei quali, anche le tecniche più innovative devono necessariamente tenere conto.

La tecnica più appropriata è quella che considera le caratteristiche operative e strutturali dell'istituto, le esigenze del management e il posizionamento competitivo che la banca assume nel mercato finanziario.

La metodologia è individuata, a nostro avviso, tenendo conto di alcuni fattori. In primo luogo la scelta deve essere preceduta da un'analisi costi-benefici sull'opportunità di adottare un modello interno di gestione del rischio, tenuto conto, da una parte, della oggettiva e improrogabile necessità per quelle banche che intendano assumere una situazione leader di mercato, ma prendendo in considerazione gli inevitabili costi e l'assorbimento di risorse che ne derivano. In secondo luogo, deve essere chiara la volontà di impiegare tali metodologie per un utilizzo critico e soggettivo capace di mettere in discussione la mentalità e le scelte strategiche tradizionali. L'utilizzo acritico di tali metodi può in teoria condurre ad approssimazioni e a stime controproducenti per la normale operatività bancaria.

La conoscenza dei limiti e dei problemi del sistema eventualmente adottato nonché dello specifico trade off fra qualità dell'input e accuratezza dell'output appaiono dei requisiti indispensabili.

I metodi parametrici, come si è visto sono fortemente condizionati dalle ipotesi di linearità del valore del portafoglio, rispetto ai fattori di rischio sottostanti e dalle ipotesi di distribuzione normale dei rendimenti. Queste caratteristiche risultano inopportune nel caso in cui il portafoglio sia ad alto contenuto di opzioni, o contenga in generale contratti con pay off non lineare o quando si voglia estendere l'analisi oltre il brevissimo periodo (intraday - 10gg.). Le stime del rischio con approssimazioni parametriche di primo grado (al delta) incorporano variazioni locali e limitate dei fattori di mercato. L'ipotesi di rendimenti attesi nulli nel brevissimo assume implicitamente un approccio locale. La soluzione generale a tali problemi deriva dall'utilizzo di tecniche di simulazione, storiche e Montecarlo.

La simulazione storica ha il vantaggio di non richiedere la specificazione della distribuzione dei rendimenti che è completamente incorporata dalla serie storica degli stessi fattori e di permettere attraverso la rivalutazione piena e i relativi modelli di pricing, lo studio delle dinamiche di prezzo di qualsiasi strumento del quale si conosca una serie storica. La simulazione Montecarlo, d'altro canto, conduce alla definizione dei profili di rischio di un portafoglio complesso, ma necessita una definizione esplicita della distribuzione teorica dei fattori di rischio dalla quale simulare i valori. Utilizzare la distribuzione normale equivale a perdere, in quest'ultimo caso, gran parte delle informazioni connesse a tale metodologia.

Altra problematica riguarda l'utilizzo di dati storici per la stima dei parametri (metodi parametrici e Montecarlo) e per l'implementazione (simulazione storica). Mentre i metodi parametrici e Montecarlo necessitano delle serie storiche per la stima di volatilità e correlazioni, la simulazione storica le richiede per la distribuzione empirica dei guadagni/perdite di portafoglio. Nel primo caso l'errore deriva dalle ipotesi di invarianza dei parametri empirici, nel secondo caso invece, dai possibili effetti di campionamento (sampling error). La stima basata su intervalli temporali lunghi potrebbe sottopesare in media le condizioni recenti del mercato, viceversa la scelta di un intervallo breve potrebbe condurre ad un'eccessiva semplificazione dei possibili scenari di prezzo. Le soluzioni a tali problemi derivano dall'utilizzo di misure complesse per la stima di volatilità e correlazioni, basate su tecniche autoregressive (GARCH), su medie esponenziali o in alternativa, su dati desunti direttamente dal mercato, quindi molto "puri", come nel caso della volatilità implicita.

La simulazione storica si presta invece meno a tecniche di riduzione della varianza dell'errore, anche se tali metodi sono recentemente apparsi in letteratura.<sup>193</sup>

Una soluzione generale e consigliata per ridurre le inevitabili imprecisioni delle stime, è quella rappresentata dall'utilizzo sistematico di prove di stress e di procedure di back testing. Nel primo caso la valutazione riguarda le conseguenze sul portafoglio di ampi e generalizzati movimenti di mercato. Nel secondo caso l'analisi si riferisce al confronto tra misure stimate e misure realizzate. L'applicazione congiunta delle due tecniche, permette di valutare fenomeni particolarmente sfavorevoli che sfuggono all'implementazione statistica ordinaria e di aggiornare e migliorare il modello, in base ai risultati ottenuti.

## CAPITOLO 3

La verifica empirica di un modello VAR applicato ad un portafoglio azionario diversificato.

### 3.1. Premessa

Scopo del presente capitolo è proporre una verifica empirica della stima del rischio di mercato di un portafoglio azionario, ottenuta dall'utilizzo di un modello originale di Value at Risk basato sulla

---

<sup>193</sup> Shachter B, Butler S., 1998, "Improvement the Historical Simulation with Gaussian Kernel estimation", in <http://papers.ssrn.com/sol3/results.cfm?cfid=191562&cftoken=75867136> e Boudoukh J., Richardson M., Whitelaw R., 1998, "The best of both worlds: a hybrid approach to calculating value at risk" in Risk, n.5/1998

metodologia portfolio normal. In particolare, si intende mettere in luce l'affidabilità e la robustezza delle ipotesi sottostanti ai modelli VAR parametrici in condizioni di elevata volatilità e dimostrare come il modello di random walk e di time not varying volatility siano ipotesi generalmente inaccettabili per la realtà dei mercati finanziari. Scopo del lavoro è isolare la sola componente di rischio sistemico del mercato azionario, attraverso la costruzione di un portafoglio-indice diversificato a livello intercontinentale (America, Europa, Asia) che minimizzi quindi, le reazioni della posizione complessiva ad eventuali congiunture negative dei singoli mercati. A questo fine il modello di valutazione è modificato con l'introduzione di un particolare indicatore di trend, costruito personalmente sulla base di medie mobili di prezzo. In base a tale soluzione, viene verificata la possibilità di ottenere stime del rischio di portafoglio più accurate e dimostrare come lo studio del comportamento del mercato possa in alcuni casi supportare la tradizionale analisi econometrica.

La necessità di centrare la valutazione sulle ipotesi sopra indicate, ha portato inoltre a non considerare il rischio di cambio, coerentemente alla corretta prassi operativa e alle norme di vigilanza bancaria che raccomandano, appunto, la valutazione distinta dell'esposizione al rischio per ogni singolo risk factor. La valutazione del rischio di mercato è quindi condotta sulla base della sola componente di rischio connessa alla volatilità del mercato azionario, tralasciando volontariamente la stima dell'esposizione complessiva del portafoglio, che in questo caso deriverebbe dall'analisi congiunta di entrambi i risk factor, identificabili appunto nelle variazioni inattese delle quotazioni azionarie e dei tassi di cambio e nei possibili effetti di correlazione tra gli stessi.

### 3.2. La selezione del modello

La scelta dell'approccio parametrico e, in particolare, della metodologia portfolio normal, basata sulla stima della volatilità della posizione aggregata, è scaturita invece da alcune valutazioni contingenti.

La scelta di utilizzare come variabile aleatoria lo stesso rendimento di portafoglio, permette di centrare l'attenzione sulla verifica delle ipotesi di normalità dei rendimenti e di volatilità omoschedastica. L'esclusione della tradizionale analisi di sensitività, necessaria invece nei modelli parametrici classici per la valutazione di posizioni delta, come ad esempio nel caso di portafogli obbligazionari (duration), semplifica notevolmente la fase di implementazione e permette appunto la verifica più precisa delle ipotesi sopra accennate. Un sicuro limite di tale approccio risulta però dal fatto che si ipotizza implicitamente la costanza nella composizione del portafoglio, situazione difficilmente verificabile per un trading book di un intermediario, ma probabilmente più veritiera, per un portafoglio di investimento di un fondo comune a gestione passiva. L'aggregazione delle posizioni è infatti compiuta ex-ante e la successiva stima dei fattori di volatilità dei rendimenti di portafoglio nonché il calcolo dei profit/loss viene compiuta supponendo che le posizioni non cambino nel corso di tutta la valutazione, ma modifichino il loro peso in base all'evoluzione del market value. La verifica delle ipotesi di normalità e di omoschedasticità sarebbe risultata inoltre, ancora più ardua, in presenza di strumenti con pay off non lineare. In quest'ultimo caso, come già visto nel capitolo precedente, l'effetto di secondo ordine, oltre a complicare notevolmente le stime senza l'ausilio di software professionali, richiede di norma, l'utilizzo di tecniche di full valuation. Nel nostro caso la componente di rischio è solo quella di mercato, la volatilità dei rendimenti delle posizioni azionarie considerate viene trasmessa in maniera lineare sul rendimento della posizione complessiva. La possibile alternativa, cioè di calcolare il valore a rischio sulla base dei coefficienti di volatilità e correlazione tra i diversi indici, avrebbe condotto a risultati perfettamente coincidenti nella migliore ipotesi di aggiornamento costante (daily) della matrice. Allo stesso modo, l'utilizzo ad esempio del metodo Montecarlo, avrebbe condotto a risultati analoghi, a meno di non adottare, ipotesi di non normalità delle distribuzioni teoriche dei fattori di rischio. Il vantaggio principale delle tecniche Montecarlo, come già visto nel capitolo precedente, consiste infatti, nella possibilità di poter generare numerose estrazioni random dei diversi risk factor da distribuzioni teoriche scelte a priori, in base a quelle che consentono il miglior fit della distribuzione effettiva. Un'alternativa valida rispetto all'approccio seguito nel seguente lavoro, sarebbe stata invece quella di scegliere una distribuzione dei rendimenti capace di includere il fenomeno di fat tails che, come già visto, costituisce il limite principale degli approcci parametrici. Seguendo tale logica, un approccio di valutazione Montecarlo avrebbe potuto fornire risultati interessanti.

Un'ultima possibilità avrebbe potuto riguardare la valutazione del rischio di mercato di un portafoglio non diversificato, costituito ad esempio, da un numero limitato di titoli azionari (Sironi A, Marsella M., 1996, pg. 333). In questo caso, a meno di non adottare ipotesi semplicistiche, sarebbe stata necessaria un'analisi più complessa costituita in primo luogo dalla stima dei coefficienti di sensibilità dei singoli titoli (Beta) e quindi più esposta a fenomeni di model risk e di sampling error, riguardo appunto, alla misura della struttura di correlazione e di sensitività. In questo caso il raggiungimento dell'obiettivo del nostro lavoro sarebbe risultato molto più complicato.

L'attenzione è stata rivolta, inoltre, al trade off tra facilità di implementazione e realismo della simulazione. La scelta di un campione storico di rendimenti composto da 1043 osservazioni per 6 indici di mercato diversi, può essere ritenuta una valida base statistica sulla quale testare le misure e rappresenta una situazione facilmente verificabile per un portafoglio azionario di una

grande banca o di un fondo comune di investimento. D'altro canto, l'elevata dimensionalità avrebbe causato gravi problemi di implementazione derivanti dalla stima dei dati richiesti da altri tipi di approcci di misurazione, quali ad esempio quello di simulazione storica, senza inoltre, come prima accennato, avere sufficienti giustificazioni teoriche per un loro utilizzo.

Infine, il metodo portfolio normal si presta al raggiungimento dell'obiettivo ultimo del nostro lavoro. Dimostrare come l'utilizzo congiunto di misure basate su tradizionali tecniche econometriche di previsione della volatilità e di indicatori di trend, come le medie mobili, generalmente utilizzate dall'analisi tecnica operativa, possa migliorare sensibilmente la capacità del modello di prevedere le perdite potenziali di portafoglio.

L'intuizione sottostante è quella di cogliere la forza relativa di ogni comparto e utilizzare tali indicazioni, in genere usate come supporto nelle attività di asset allocation e di trading, per supportare la tradizionale analisi econometrica e per questa via, giungere ad una misura più precisa dell'esposizione al rischio di mercato del portafoglio.

### 3.3. Le fasi del lavoro

Il lavoro può essere diviso in quattro fasi.

La prima riguarda l'analisi ex - post delle condizioni di mercato. Si è individuato un campione storico che va dal 1997 al 2000 che risponde all'esigenza di individuare una fase di mercato particolarmente volatile, pur se caratterizzata da un trend assoluto crescente, tipico delle fasi bull. La capacità del modello di sopportare tale condizione di stress risulta una qualità fondamentale sia per i criteri di vigilanza che per quelli di risk management.

La seconda fase è costituita invece dalla realizzazione della posizione complessiva e dalla verifica delle ipotesi di normalità dei rendimenti, sia dei singoli mercati di riferimento che del portafoglio. L'approccio portfolio normal richiede infatti che i rendimenti logaritmici<sup>194</sup> di portafoglio siano distribuiti normalmente.

L'implementazione dei dati nel modello costituisce invece la terza fase. In particolare vengono condotte le stime di volatilità attraverso due tecniche distinte e molto comuni in ambito operativo: le medie mobili semplici (MME) e le medie mobili esponenziali (EWMA). Per entrambi le metodologie le misure derivano dall'utilizzo di tre diversi orizzonti temporali di dati storici, 1 anno, 6 mesi e 3 mesi. Per le medie mobili esponenziali sono stati invece impiegati fattori di decadimento (decay factor) di 0.97, 0.95 e 0.94. In base alle diverse combinazioni di metodologie e di intervalli temporali vengono calcolate le corrispondenti misure di VAR giornaliero, le eccezioni rispetto al livello di confidenza prefissato, che viene mantenuto costante a  $2.33 \sigma$ , corrispondente al 99% delle osservazioni teoriche della coda sinistra di una distribuzione normale e la media delle perdite in eccesso rispetto a quelle previste.

In quarto ed ultimo luogo, al modello tradizionale è applicata la componente di rischio aggiuntiva, calcolata sulla base dell'aggregazione delle differenze tra il livello di prezzo di una singola posizione e la relativa media mobile, quest'ultima calcolata su intervalli di 10, 30 e 60 giorni.

---

<sup>194</sup> L'ipotesi è che i rendimenti logaritmici siano distribuiti normalmente. Questo significa che i rendimenti semplici dell'attività finanziaria sono distribuiti secondo una distribuzione log normale. Tale ipotesi oltre ad essere suffragata dall'evidenza empirica, che dimostra come le distribuzioni effettive dei rendimenti di molte attività finanziaria possano essere meglio descritte da distribuzioni non simmetriche come appunto quella log normale, è coerente con l'ipotesi di

positività dei prezzi. Dato infatti il rendimento logaritmico giornaliero  $R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ , si può

supporre che  $R_t \rightarrow -\infty$  solo per  $\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \rightarrow 0$ , dunque per  $P_t \rightarrow 0$ . Risulta quindi garantito

che  $P_t \geq 0$ . Nel caso in cui invece  $R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$  si ha che  $R_t \rightarrow -\infty$  per  $P_t \rightarrow -\infty$  e

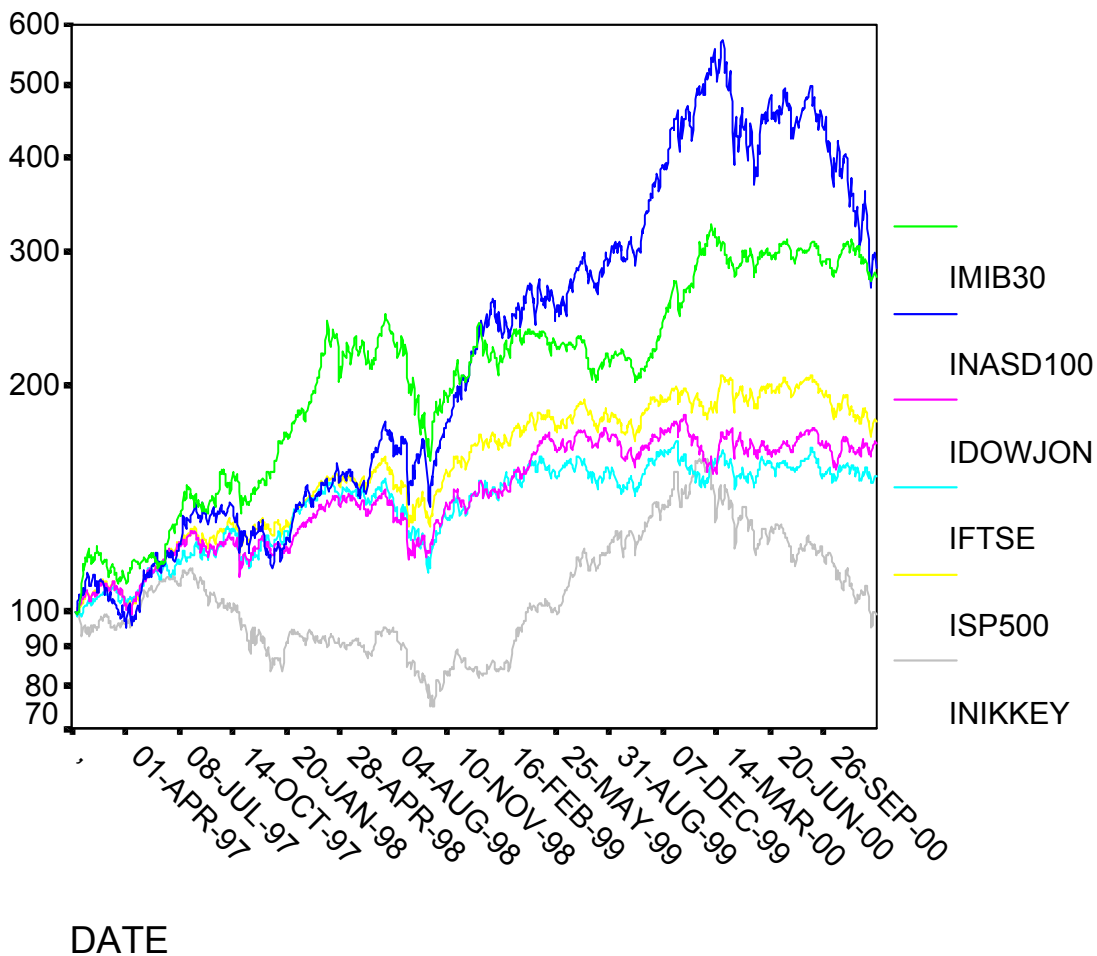
quindi  $P_t \leq 0$ .

### 3.4. Il mercato di riferimento.

L'analisi è condotta sulla base di un campione storico di osservazione molto recente che va dal 01/01/1997 al 31/12/2000. Il campione comprende 1043 quotazioni giornaliere di chiusura di sei indici azionari: il MIB30, indice azionario italiano, composto dalle 30 aziende italiane quotate a maggiore capitalizzazione; il NASDAQ100, comprendente le prime 100 aziende americane operanti in settori ad alta crescita; il DOW JONES INDUSTRIAL AVERAGE, il più antico indice del mercato azionario americano composto attualmente dalle 30 aziende statunitensi con maggiore capitalizzazione di borsa, esse rappresentano circa il 25% del valore di mercato di tutte le azioni quotate al listino generale americano (NYSE); l'FTSE100, indice di mercato inglese elaborato dal Financial Times, calcolato utilizzando come campione i 100 titoli più rappresentativi del listino inglese; lo STANDARD & POOR 500 COMPOSITE, indice calcolato dalla S&P Corporation ed è composto dalle prime 500 aziende americane per capitalizzazione; il NIKKEY 500, calcolato sul valore delle prime 500 aziende giapponesi quotate.

Figura 1 Evoluzione temporale degli indici (01/01/97 31/12/00)  
Scala Logaritmica

(Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)



<sup>195</sup> Tutti i dati di mercato sono stati ottenuti dal database professionale DATASTREAM utilizzato con la collaborazione della dott.ssa Barbara Fianza dell'Università di Macerata.

<sup>196</sup> Sono state scelte quotazioni di chiusura poiché esse costituiscono per gli operatori il riferimento più importante per impostare l'operatività del giorno successivo. I prezzi infragiornalieri, come minimi e massimi, oltre ad essere molto più volatili, sono utilizzati in genere solo per holding period inferiori ad un giorno e per supportare tecniche di scalping (compravendita continua infragiornaliera) e quindi non coerenti con l'ottica del nostro lavoro. Vedi anche Pring M.J., 1995, "Analisi tecnica dei mercati finanziari", pg. 111

<sup>197</sup> Per un approfondimento delle metodologie di costruzione degli indici azionari si veda Fuller R., Farrel J., 1993, "Analisi degli investimenti finanziari", pg. 36

In Figura 1 è rappresentato l'andamento temporale dei sei indici di mercato considerati, riportati su base 100 = 01/01/97. Le fasi di mercato più difficili sono ben evidenziate dalla scala logaritmica che permette un confronto omogeneo tra incrementi/decrementi diversi per valore assoluto. In particolare, possono essere evidenziate alcune tendenze intermedie significative. La prima fase (01/97 03/98) è caratterizzata da un trend generalmente positivo, ad eccezione dell'indice giapponese che risente invece negativamente della situazione economica interna. Il secondo periodo (4/98 07/98) risulta tipico di una fase di "distribuzione" in cui le quotazioni azionarie rimangono comprese in un range abbastanza stretto e di solito sintomatico di una inversione di tendenza. La terza fase (08/98 10/98) è caratterizzata infatti da un brusca caduta di tutti gli indici e in particolare di quello italiano, cresciuto maggiormente nella fase precedente. Il periodo successivo (11/98 02/00), pur se contraddistinto da una tendenza crescente, alternata a forti e repentini ridimensionamenti, è associata ad un forte aumento della volatilità (vedi grafici 2 e 3). La quarta ed ultima fase (03/00 12/00) evidenzia una sostanziale diminuzione delle quotazioni azionarie associata ad un aumento dei livelli di volatilità. Tale periodo segna anche l'inizio di una decisa inversione del trend positivo di lungo periodo del mercato azionario, che è confermata tra l'altro, dai recenti sviluppi degli stessi mercati.

Nei Grafici seguenti è rappresentata, per due dei sei indici, la volatilità a 90 giorni e il rendimento logaritmico giornaliero, entrambi calcolati con un orizzonte temporale di 3 anni, dal 1998 al 2000. L'analisi dei grafici permette di cogliere l'andamento eteroschedastico della volatilità e il fenomeno di volatility clustering dei rendimenti citato nel capitolo precedente, generalmente presente nelle serie storiche delle attività finanziarie.

Figura 2 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
Rendimenti giornalieri S&P 500 (1998/2000)

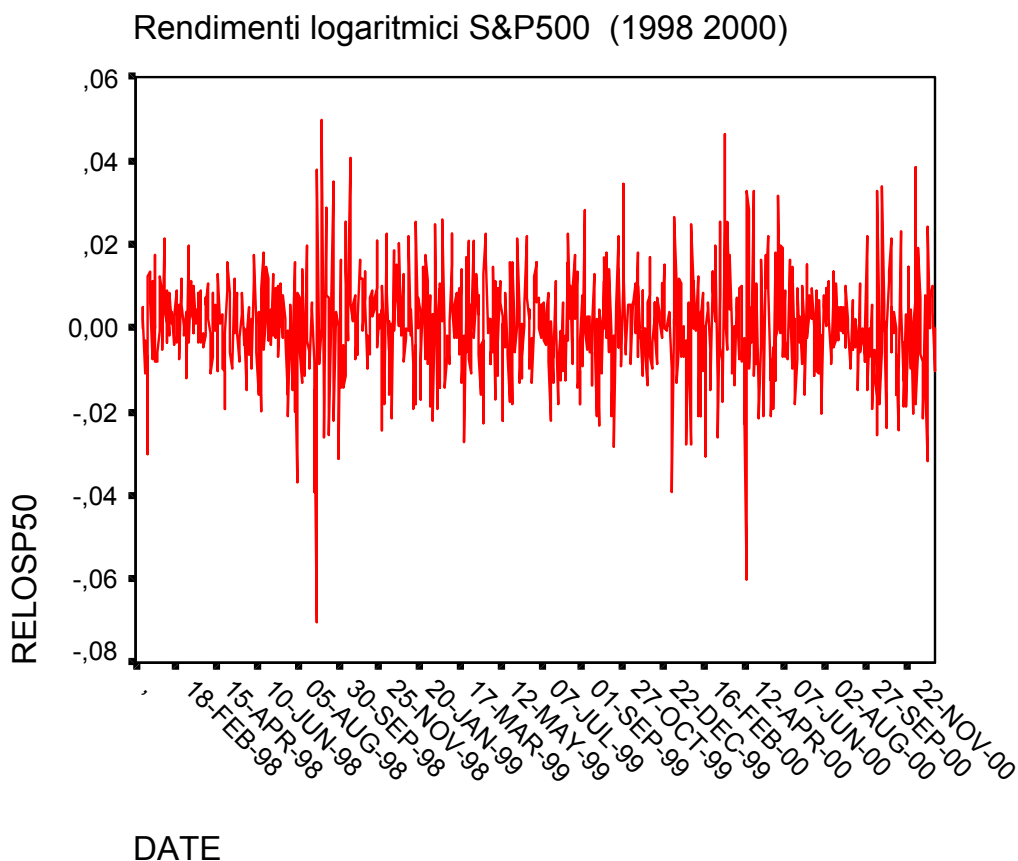


Figura 2 A (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
Volatilità a 90 gg. S&P 500 (1998-2000)

### Volatilità a 90 gg. S&P 500

01/01/98 31/12/00

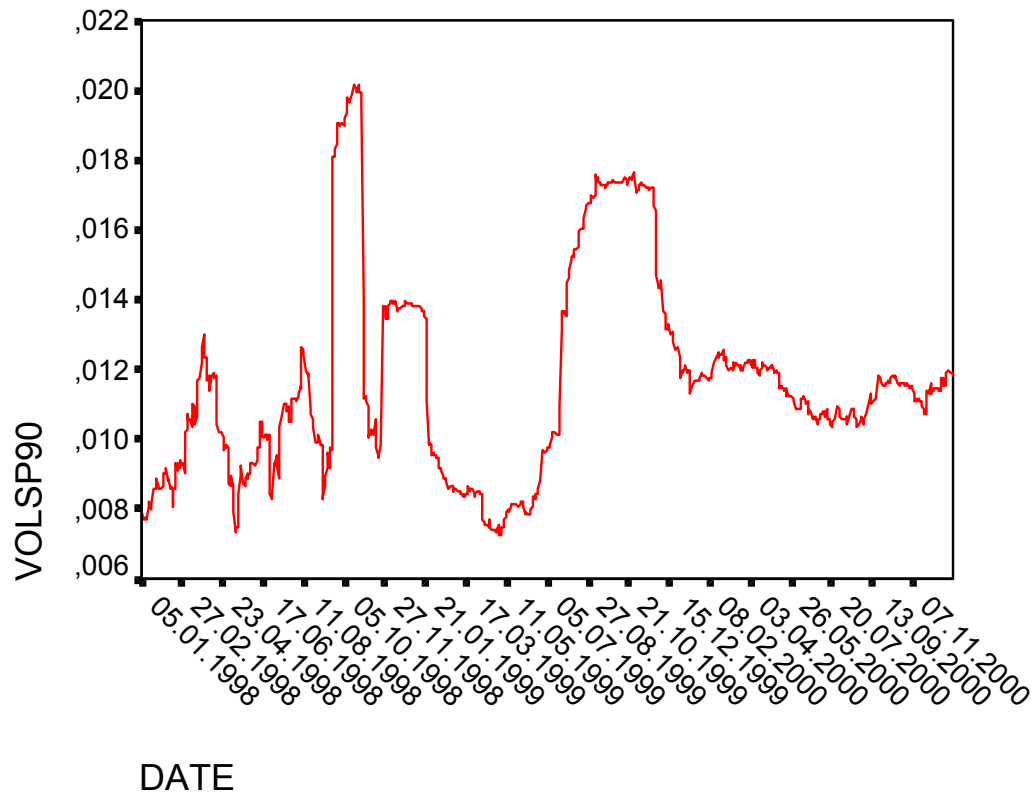


Figura 3 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
Rendimenti giornalieri Nasdaq 100 (1998/2000)

### Rendimenti logaritmici NASDAQ100 (1998 2000)

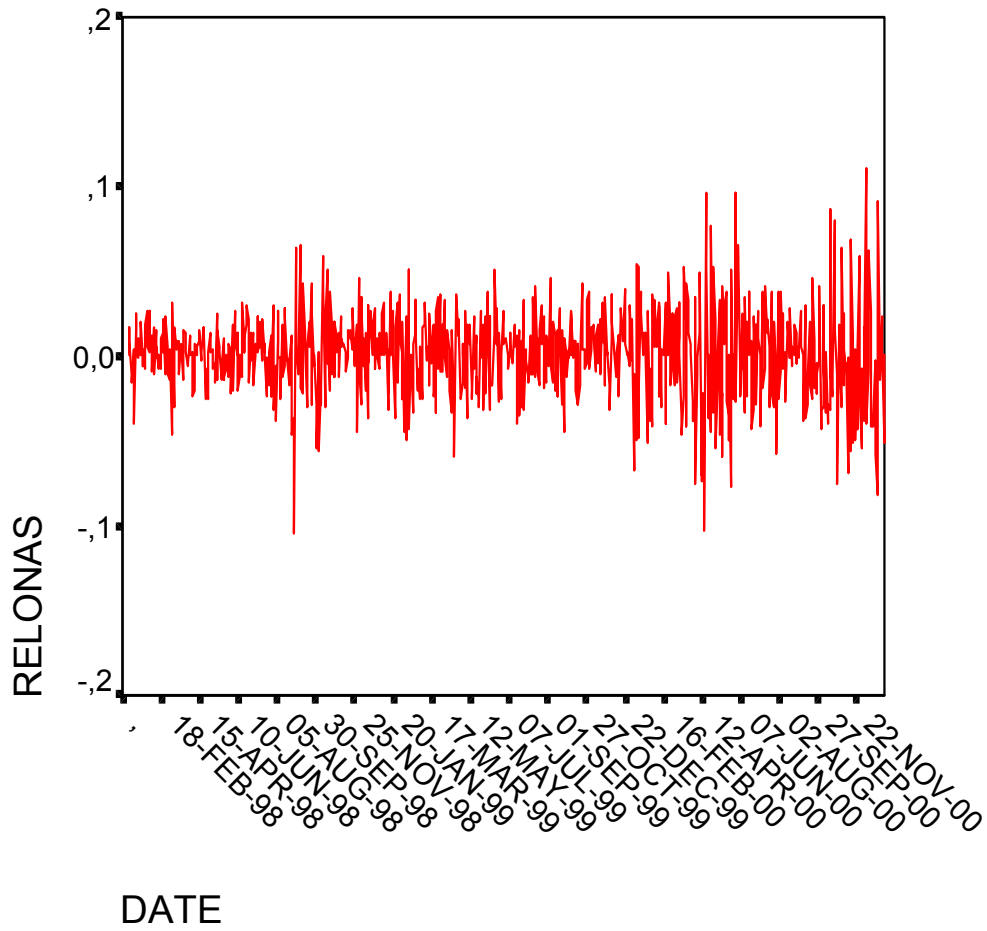
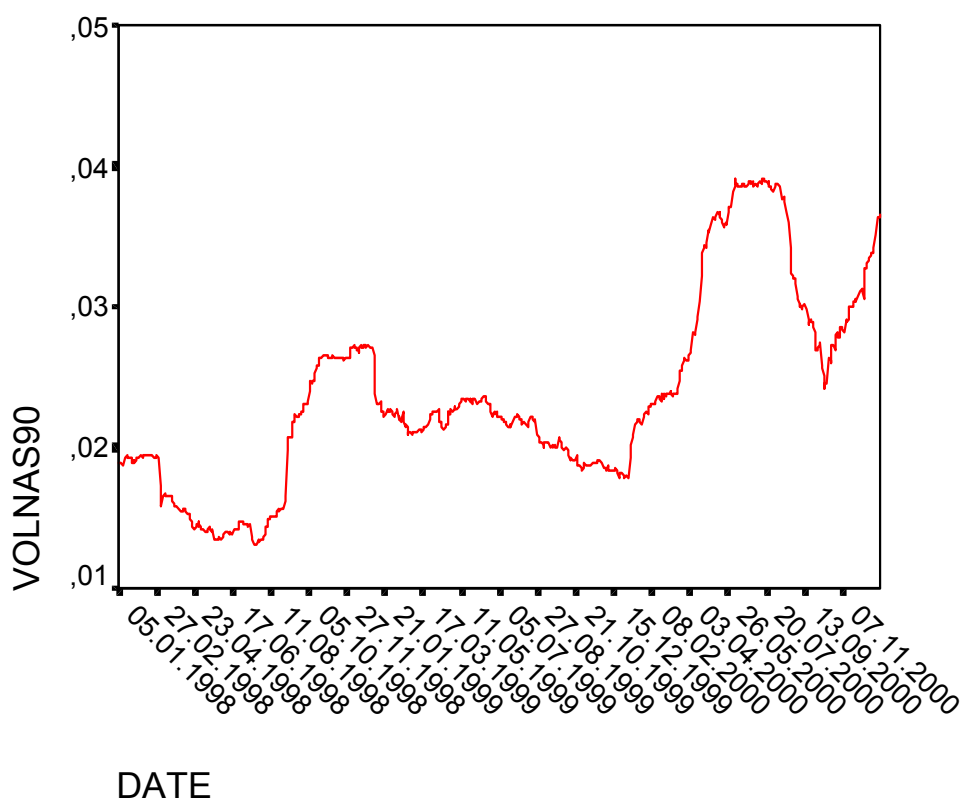


Figura 3 A (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
Volatilità a 90 gg. Nasdaq 100 (1998/2000)

## Volatilità a 90 gg. NASDAQ COMP

01/01/98 31/12/00



### 3.5. Il portafoglio di riferimento e la verifica di normalità

La costruzione del portafoglio ha seguito un'ottica di equiponderazione delle posizioni. Più precisamente si è ipotizzato di investire il giorno 02/01/98 la medesima quota nei sei indici considerati e far variare nel tempo il peso relativo di ogni indice in base all'andamento dello stesso. Quindi, per ogni giornata di contrattazione, il valore di mercato del portafoglio è determinato dalla somma del valore dei singoli indici, posti pari a 100 nel giorno 01/01/98.<sup>198</sup> In altre parole:

$$I_i(t) = \frac{Q_i(t)}{Q_i(0)} 100 \quad \text{con } I_i = 100 \text{ in } 01/01/98$$

$$P(t) = \sum_{i=1}^6 I_i(t) \quad \text{quindi con } P(t) = 600 \text{ in } 01/01/98;$$

dove  $I_i(t)$  corrisponde al valore al tempo  $t$  dell'indice  $i$  su base 100 = 01/01/98,  $Q_i$  è la quotazione dell'indice al tempo  $t$  e  $P(t)$  è il valore del portafoglio al tempo  $t$  con base 600 = 01/01/98.

Sulla base della serie storica creata attraverso questa procedura, vengono calcolati i rendimenti logaritmici giornalieri sia del portafoglio, da utilizzare nella successiva stima delle volatilità, sia dei singoli indici. I rendimenti logaritmici degli indici pur non essendo necessari per l'implementazione del modello sono utilizzati per una verifica formale delle ipotesi di normalità della distribuzione.<sup>199</sup>

<sup>198</sup> L'inizio della simulazione parte dal 01/01/98 e non dal 01/01/97, poiché, per calcolare la volatilità del portafoglio a 1 anno occorre una serie storica dei rendimenti dell'anno precedente.

<sup>199</sup> In verità neanche la verifica delle ipotesi di normalità riferita ai singoli indici sarebbe necessaria, ma viene comunque effettuata per motivi di completezza. Il metodo VAR portfolio

Il rendimento logaritmico giornaliero al tempo t è dato dalle seguenti formule, rispettivamente per gli indici di mercato e per il portafoglio:

$$R_{I_i}(t) = \ln I_i(t) - \ln I_i(t-1) \text{ e}$$

$$R_P(t) = \ln P(t) - \ln P(t-1).$$

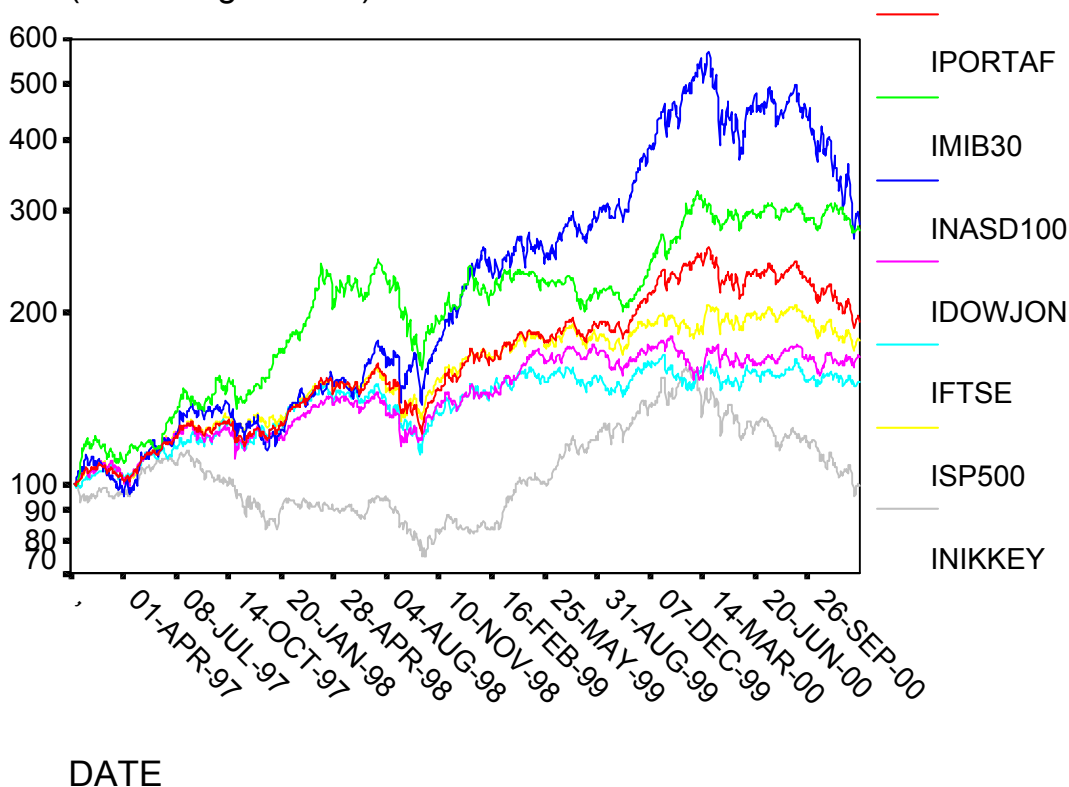
Nella Tabella 1 sono riportati invece i valori di correlazione tra gli indici di mercato nel periodo considerato. Essa evidenzia valori ben inferiori ad uno per tutti i mercati di riferimento, con l'eccezione di quello fra DOW JONES e S&P 500 che invece presenta un valore prossimo all'unità. Considerando il fatto che gli indici appartengono tutti al mercato azionario, i livelli di correlazione evidenziati, pur essendo tutti chiaramente positivi, permettono la costruzione di un portafoglio discretamente diversificato coerentemente allo scopo del nostro lavoro che è quello di misurare efficacemente il rischio di mercato, non quello di gestirlo. In Figura 5 è riportata invece l'evoluzione temporale del portafoglio, confrontata con quella dei sei indici di mercato che lo compongono.

Tabella 1 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
Valori di correlazione fra gli indici di mercato (1997/2000)

	RELOMIB	RELONAS	RELODOW	RELOFTSE	RELOSP50
RELOMIB	1,000000				
RELONAS	,244	1,000			
RELODOW	,319	,610	1,000		
RELOFTSE	,648	,298	,381	1,000	
RELOSP50	,330	,807	,924	,400	1,000
RELONIK	,208	,032	,065	,267	,064

Figura 4 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)

### Evoluzione temporale degli indici e del portafoglio (01/01/97 31/01/00) (Scala Logaritmica)



normal richiede infatti solo che la distribuzione dei rendimenti di portafoglio sia distribuita in modo normale. La combinazione lineare di variabili distribuite normalmente è normale.

Il passo successivo consiste nella verifica delle ipotesi di normalità della distribuzione dei rendimenti di portafoglio. La possibilità di applicare un multiplo della deviazione standard, per la stima della misura di perdita massima potenziale, dipende come ampiamente discusso nel capitolo precedente, dalla forma della distribuzione empirica dei rendimenti. Se la distribuzione dei rendimenti logaritmici di portafoglio fosse perfettamente normale, il 99% delle osservazioni della metà sinistra sarebbe compresa nell'intervallo di confidenza, delimitato da un valore di 2.33 volte la deviazione standard. Il problema degli approcci parametrici dipende appunto dal fatto che le distribuzioni effettive dei rendimenti non corrispondono esattamente a distribuzioni normali. Sono spesso caratterizzate da code grasse (fat tails), cioè da frequenze più alte di quelle teoriche per i valori estremi della distribuzione, quindi da curve più schiacciate e da valori di asimmetria (skeweness) diversi da zero, che contraddistinguono le distribuzioni decentrate rispetto al valore medio.

In Tabella 2 sono riportate le statistiche descrittive delle distribuzioni empiriche dei rendimenti logaritmici dei sei indici e quelle del portafoglio di riferimento (in rosso). In particolare vengono riportati i valori massimi e minimi dei rendimenti, la deviazione standard, l'asimmetria e il valore in eccesso rispetto al coefficiente normale di curtosi, che è pari a tre. Il valore di asimmetria risulta sempre negativo, ciò significa che i rendimenti con segno meno presentano frequenze maggiori di quelle teoriche e la distribuzione risulta asimmetrica verso sinistra. I valori statistici confermano le ipotesi fatte in precedenza riguardo la reale distribuzione dei rendimenti. I valori di Curtosi appaiono elevati per tutti gli indici, ad eccezione di quello inglese (FTSE). Fenomeni elevati di leptocurtosi risultano per le distribuzioni dello S&P 500 e del DOW JONES, mentre l'effetto diversificazione permette allo stesso indicatore di assumere valori contenuti per la distribuzione di portafoglio. Parzialmente mitigato appare, per quest'ultimo aggregato, anche il valore di asimmetria che risulta nella media delle varie distribuzioni. Osservando la Figura 5, che rappresenta l'istogramma delle frequenze della distribuzione dei rendimenti di portafoglio e il relativo Q-Q Plot sono evidenziati i valori che si discostano dalle frequenze di una normale e in particolare quelli situati nella coda sinistra della distribuzione.

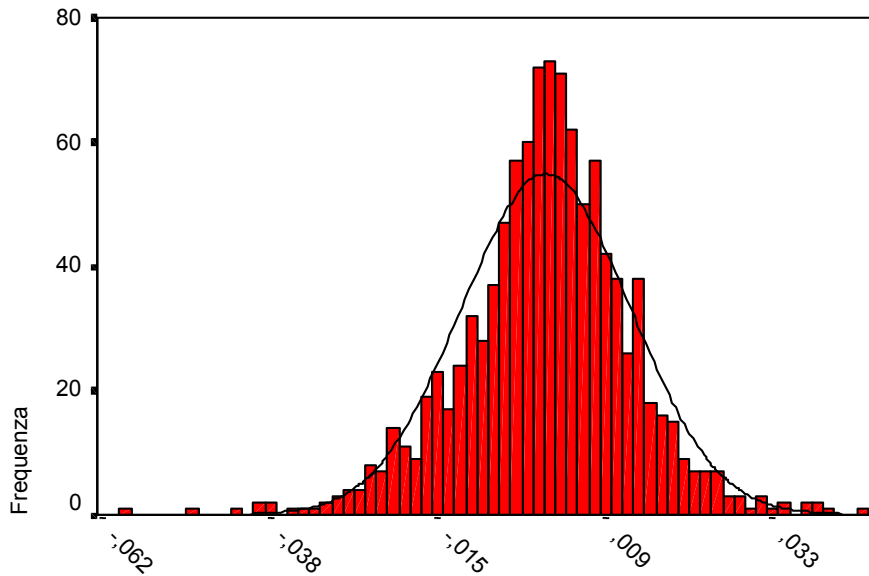
Tabella 2 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
Statistiche descrittive Indici e Portafoglio (1997 2000)

	N	Minimo	Massimo	Media	Deviaz	Asi m	Curtosi
RELOMIB	1043	-,0643	,0697	,00098	,01596	-,138	1,593
RELONAS	1043	-,1038	,1105	,00100	,02417	-,057	1,949
RELODOW	1043	-,0745	,0486	,00049	,01175	-,471	3,726
RELOFTSE	1043	-,0389	,0435	,00040	,01143	-,115	,732
RELONIK	1043	-,0732	,0619	-,00001	,01331	-,301	2,551
RELOSP50	1043	-,0711	,0499	,00055	,01225	-,309	3,281
RELOPORT	1043	-,0578	,0459	,00063	,01189	-,284	1,633

Figura 5 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
Distribuzione dei rendimenti di portafoglio e relativo QQ-Plot

## Istogramma dei Rendimenti di Portafoglio

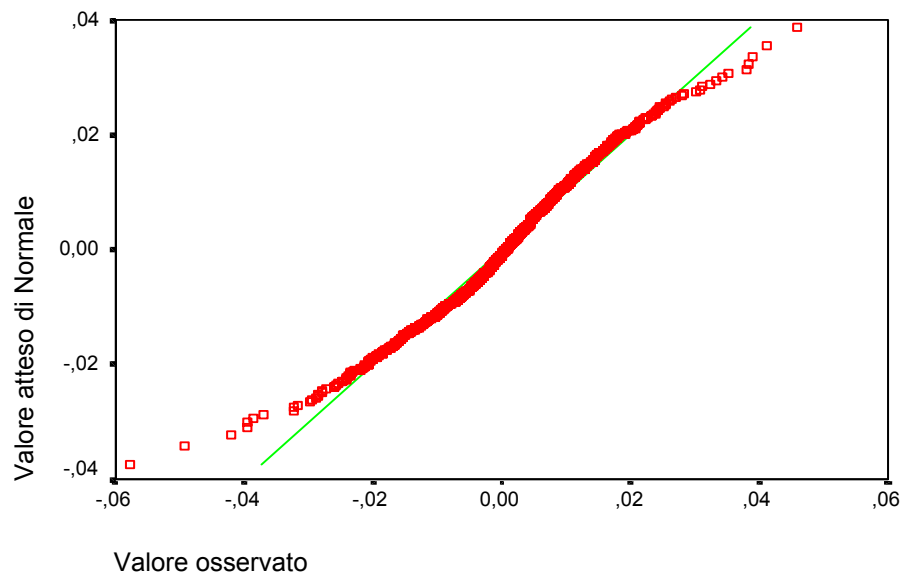
(01/01/1997 31/12/00)



RELOPORT

## Grafico Q-Q Normale dei Rend. di Portafoglio

01/01/97 31/12/00



### 3.6. La stima della volatilità futura e il calcolo dei Valori a Rischio

La fase cruciale del lavoro è rappresentata dalle previsioni delle volatilità future. Nei modelli VAR parametrici, e in particolare nell'approccio portfolio normal, la stima della massima perdita potenziale che il portafoglio può subire nell'holding period considerato, dipende esclusivamente dall'accuratezza delle misure di deviazione standard.

Le misure di previsione vengono effettuate attraverso due metodi: quello delle medie mobili semplici (MME) e quello delle medie mobili esponenziali (EWMA). Le differenze teoriche dei due approcci sono notevoli. L'uso della media mobile semplice si basa sull'ipotesi di varianza non

condizionale dei rendimenti e quindi assenza di autocorrelazione seriale degli stessi. La successione storica dei valori non assume nessun particolare significato, mentre è fondamentale l'intervallo sul quale tali misure vengono effettuate.

Al contrario, nelle medie mobili esponenziali (EWMA) la stima della volatilità futura dipende in misura maggiore dai dati più recenti, ai quali viene assegnato una ponderazione più alta. Ciò significa che i dati più recenti condizionano in maniera maggiore le previsioni di volatilità del periodo successivo. Tale approccio risulta quindi coerente in primo luogo con i fenomeni di eteroschedasticità e di volatility clustering segnalati nel paragrafo precedente, nonché con il sostanziale rigetto dell'ipotesi di random walk dei rendimenti.

Le misure di volatilità basate sulle medie mobili semplici sono condotte tramite il foglio di lavoro Microsoft Excel 7.0 tramite il quale viene implementata la seguente formula:

$$\text{MME: } \sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=t-n}^{t-1} x_i^2}{n-1}} \quad (1)$$

dove  $x_i^2$  rappresenta il rendimento logaritmico giornaliero del portafoglio e  $\sigma_t$  è la stima della volatilità del periodo  $t$  basata sulle  $n$  osservazioni storiche precedenti, da  $t-n$  a  $t-1$ .

Gli orizzonti temporali considerati ( $n$ ) corrispondono a 1 anno, pari a 260 osservazioni giornaliere, a 6 mesi e 3 mesi, pari rispettivamente a 130 e 65 osservazioni giornaliere. Le stime di volatilità sono compiute a partire dal 01/01/98, giorno di apertura della posizione complessiva. Le previsioni della volatilità basate su medie mobili esponenziali sono basate invece sulla seguente equazione:

$$\text{EWMA: } \sigma_t = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{i=1}^n \lambda^{i-1} (x_{t-i})^2} \quad (2)$$

La stima della volatilità EWMA è effettuata con l'adozione di tre diversi fattori di decadimento ( $\lambda$ ), pari a 0.97, 0.95, 0.94 e per ognuno di essi sono stati adottati i tre orizzonti temporali di 1 anno, 6 mesi e 3 mesi.

Sulla base delle misure di volatilità ottenute sono calcolate le rispettive misure di VAR giornaliero con intervallo di confidenza del 99%, che vengono quindi confrontate con i profitti/perdite effettive del portafoglio nell'intervallo di tempo che va dal 01/01/98 al 31/12/00.

Il calcolo del Valore a Rischio tramite il metodo portfolio normal è effettuato tramite la seguente equazione:

$$\text{VAR}_t = VM_t 2.33 \sigma_t \quad (3)$$

Dove  $VM_t$  corrisponde al valore di mercato del portafoglio al tempo  $t$ , 2.33 è la costante che moltiplicata alla deviazione standard determina l'intervallo di confidenza desiderato, che come già detto, viene mantenuto costante al livello di 99% per tutte le stime effettuate.

Nei Grafici che seguono (Figure 6, 7 e 8) sono rappresentati i profitti/perdite di portafoglio e i relativi Valori a Rischio nel periodo 01/01/98 31/12/00 ottenuti attraverso l'applicazione di stime di volatilità basate su MME ad 1 anno, 6 mesi e 3 mesi.

La Tabella 3 riporta la sintesi dei risultati ottenuti. In particolare per ogni stima viene evidenziato il numero di eccezioni, cioè il numero di giorni in cui la perdita effettiva supera la perdita massima prevista dal modello,<sup>201</sup> il VAR medio giornaliero, che fornisce un'indicazione del livello di efficienza del modello in termini di assorbimento patrimoniale della posizione e la media delle percentuali in eccesso delle perdite effettive rispetto a quelle previste. Tutte le misure sono inoltre calcolate su tre diversi periodi di valutazione, 1998, 1999 - 2000 e 1998 - 2000 per verificare se i vari approcci producono risultati omogenei a prescindere dalla situazione di mercato sottostante.

Figura 6 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)

<sup>200</sup> Come si nota dalla formula (1), la media dei rendimenti dell'orizzonte storico di riferimento è posta uguale a zero, coerentemente alle osservazioni svolte nel capitolo precedente. Tale scelta è stata adottata anche per la stima tramite medie mobili esponenziali.

<sup>201</sup> Tale indicatore per il Comitato di Basilea è ritenuto fondamentale per valutare l'affidabilità e permettere l'applicazione dei modelli interni proposti dalle banche. Vedi Jorion P, 2000, "Value at risk", pg. 136 - 140

### VAR MME 1 Anno

01/01/98 31/12/00

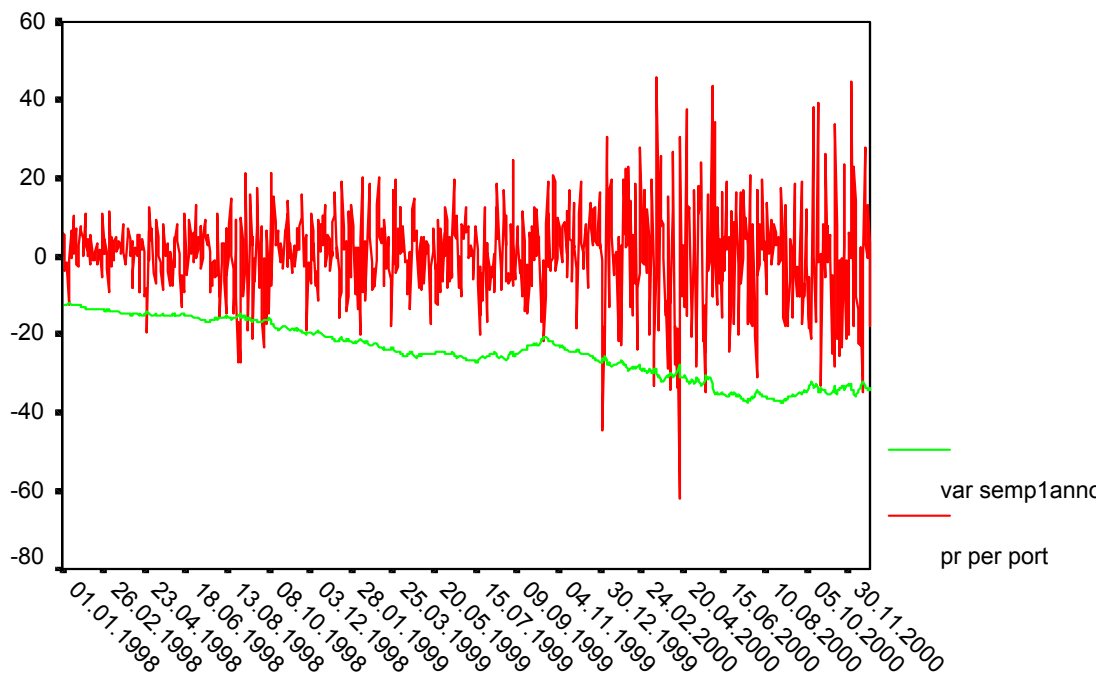
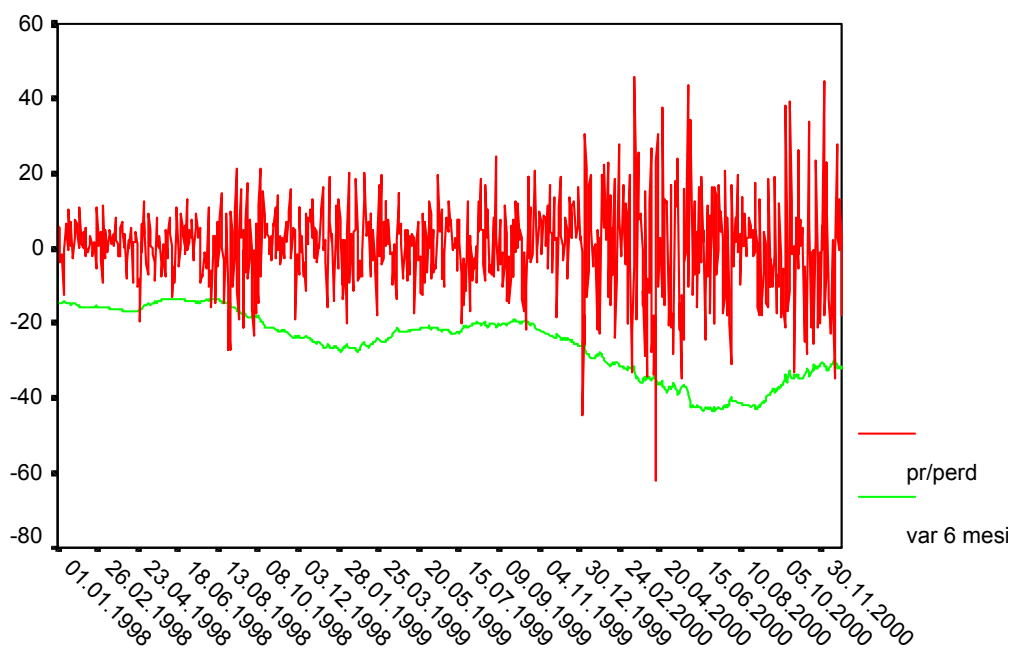


Figure 7 e 8 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)

### VAR MME 6 Mes

01/01/98 31/12/00



## VAR MME 3 Mesi

01/01/98 31/12/00

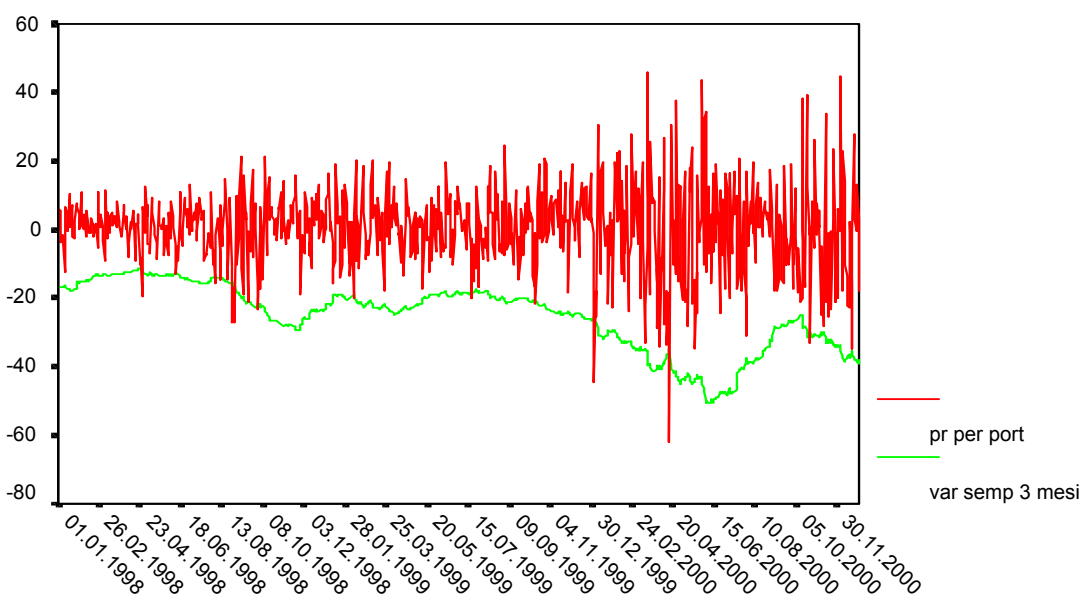


Tabella 3  
VAR MME 1 anno, 6 mesi, 3 mesi.

		MME 1 anno	MME 6 mesi	MME 3 mesi
N. Eccezioni	1998	10	10	9
	1999 - 2000	8	6	6
	1998 - 2000	18	16	15
VAR medio	1998	-15,83	-16,95	-17,69
	1999 - 2000	-28,49	-29,38	-28,99
	1998 - 2000	-24,28	-25,24	-25,24
PrPerd/VAR	1998	1,324	1,320	1,281
	1999 - 2000	1,328	1,350	1,309
	1998 - 2000	1,326	1,331	1,293

L'analisi dei risultati conferma i limiti dell'uso delle medie mobili semplici per la stima della volatilità futura. In particolare, l'utilizzo di intervalli elevati, 1 anno e 6 mesi, non consente una reazione immediata delle misure di rischio agli shocks di mercato più recenti. L'intervallo di confidenza statistico del 99% dovrebbe infatti garantire che le misure di VAR coprano le perdite effettive di portafoglio 99 casi su 100. Ciò non accade per nessuno dei tre approcci. In base alla stima a 3 mesi, che appare la migliore confrontando i tre indicatori evidenziati in Tabella 3, il numero di eccezioni totali (15) risulta circa il doppio di quello teorico (Vedi Tabella A). Il modello a 3 mesi prevale in termini di efficacia anche confrontando il capitale medio posto a rischio, pari a 25,24 e la perdita media in eccesso, pari a 1,293. L'analisi conferma inoltre la particolare situazione dei mercati nel primo anno di analisi. Nel 1998, le eccezioni totali risultano tre volte superiori a quelle potenziali, mentre nel secondo periodo, 1999-2000, le ipotesi statistiche del modello sono rispettate sia dall'approccio a 6 mesi che da quello a 3 mesi, riconfermando la lentezza del modello a 1 anno ad incorporare le mutate condizioni di volatilità.

Tabella A  
Numero di eccezioni teoriche del modello VAR al 99% di confidenza

Orizzonte di riferimento	Osservazioni totali	Eccezioni previste
1998	260	3
1999 - 2000	520	6
1998 - 2000	781	8

Gli approcci basati su medie mobili esponenziali risolvono in parte i limiti appena evidenziati. Come risulta dai grafici in Figura 9, 10 e 11 le stime di perdita massima calcolate tramite EWMA

reagiscono più velocemente ai mutamenti del livello di volatilità prevedendo con buona efficacia le perdite effettive del portafoglio.

I risultati (Tabelle 4, 5 e 6) confermano in primo luogo come all'aumentare del parametro lambda il modello richieda un numero maggiore di osservazioni<sup>202</sup>. Questo deriva essenzialmente dall'approssimazione che viene compiuta per il calcolo dei valori di volatilità. La convergenza della (2) è infatti funzione, del numero di osservazioni e del valore del fattore di decadimento. Ciò deriva dal fatto che l'EWMA può essere scritta come:

$$\frac{\lambda^0 x_{t-1} + \lambda x_{t-2} + \dots + \lambda^{n-1} x_{t-n}}{1 + \lambda + \dots + \lambda^{n-1}} \quad \text{con} \quad 0 < \lambda < 1 \quad (3)$$

e solo per  $n \rightarrow \infty$  la (3)  $\rightarrow$  (2), ma più è alto il fattore di lambda, più osservazioni saranno richieste per garantire la convergenza. Anche intuitivamente si può pensare che un modello meno reattivo, con fattore di decadimento più alto, abbia bisogno, per produrre buoni risultati, di una base di osservazioni più ampia. Al contrario un modello con decay factor basso, reagisce più velocemente alle nuove condizioni di volatilità e quindi necessita di un numero inferiore di dati.

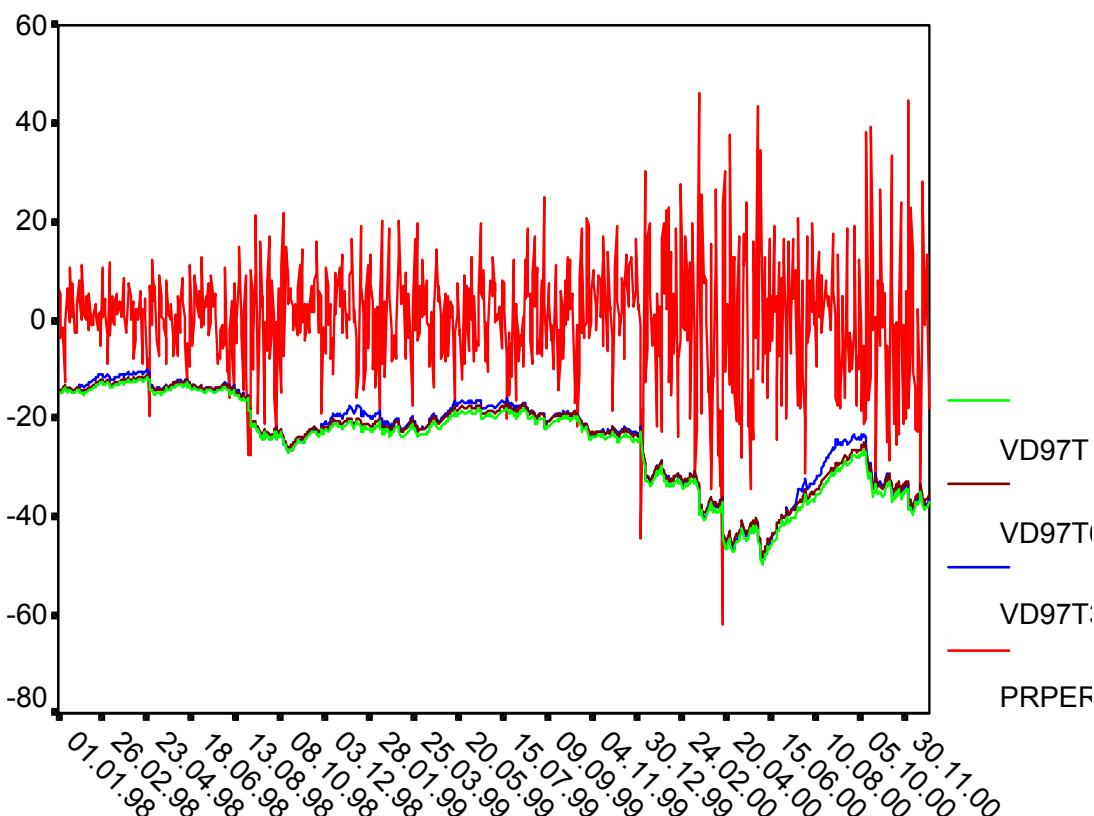
Il modello EWMA a 1 anno con decay 0.97 produce infatti un numero di eccezioni (13) identico a quello a 3 mesi ma con fattore 0.94. Simili risultano anche gli indicatori di perdita massima, rispettivamente di 1.30 e di 1.29 e di VAR medio giornaliero, pari a 24.94 e 25.10.

Il modello che fornisce però i risultati migliori appare quello con decay factor di 0.95. Tale risultato appare in linea alle indicazioni di J.P. Morgan (RiskMetrics<sup>TM</sup>) che prevedono un uso del decay 0.94 per holding period giornalieri e di 0.97 per holding period mensili.<sup>203</sup> Peggiora invece, rispetto al metodo basato su medie mobili semplici la misura di rischio con orizzonte di 6 mesi ad eccezione della stima con decay a 0.97. L'intervallo temporale di 6 mesi può essere considerato non abbastanza lungo da comprendere una valida base statistica di osservazioni ma troppo ampio per evitare la diluizione dei dati recenti e più significativi e la ponderazione esponenziale non sembra risolvere tali problemi.

Figura 9 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)

## VAR EWMA Decay 0.97 1 anno, 6 mesi, 3 mesi

01/01/98 31/12/00



<sup>202</sup> Vedi Sironi A., Marsella M., opere citate, pg. 175 e Jorion P., opere citate, pg. 193

<sup>203</sup> J.P.Morgan/Reuters, opere citate, pg. 94

Figura 10 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)

VAR EWMA Decay 0.95 1 anno, 6 mesi, 3 mesi

01/01/98 31/12/00

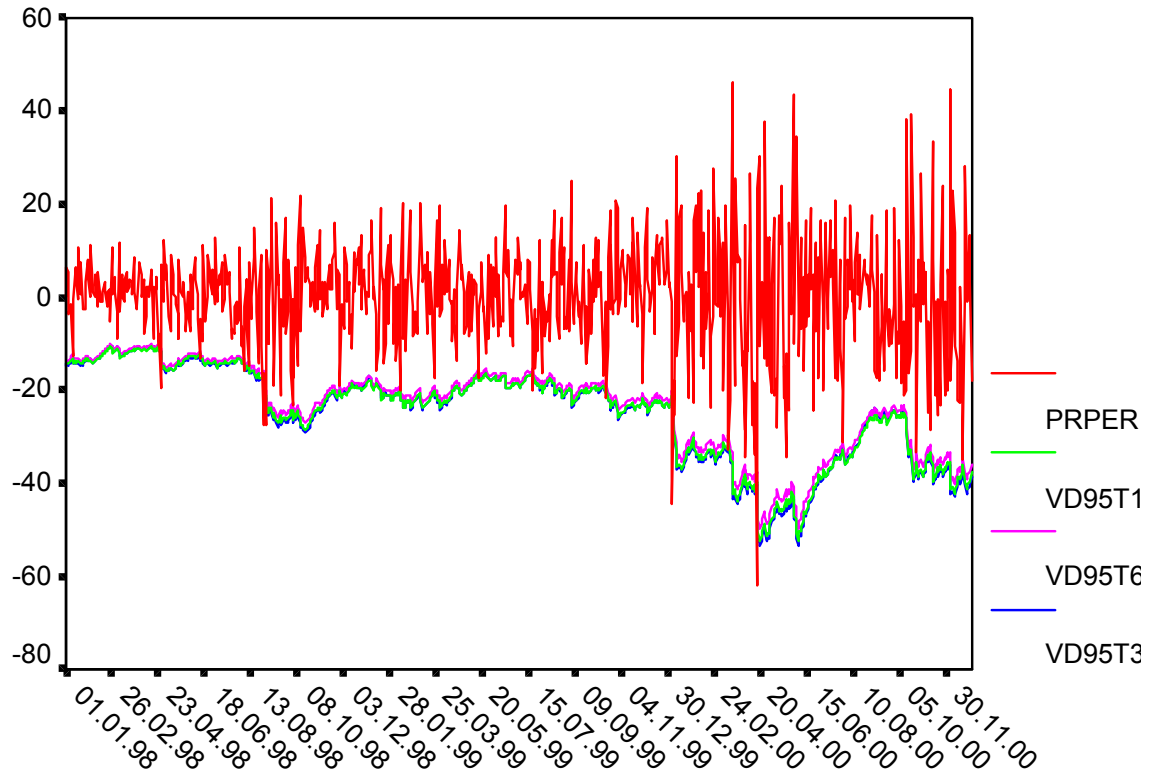


Figura 11 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)

VAR EWMA Decay 0.94 1 anno, 6 mesi, 3 mesi

01/01/98 31/12/00

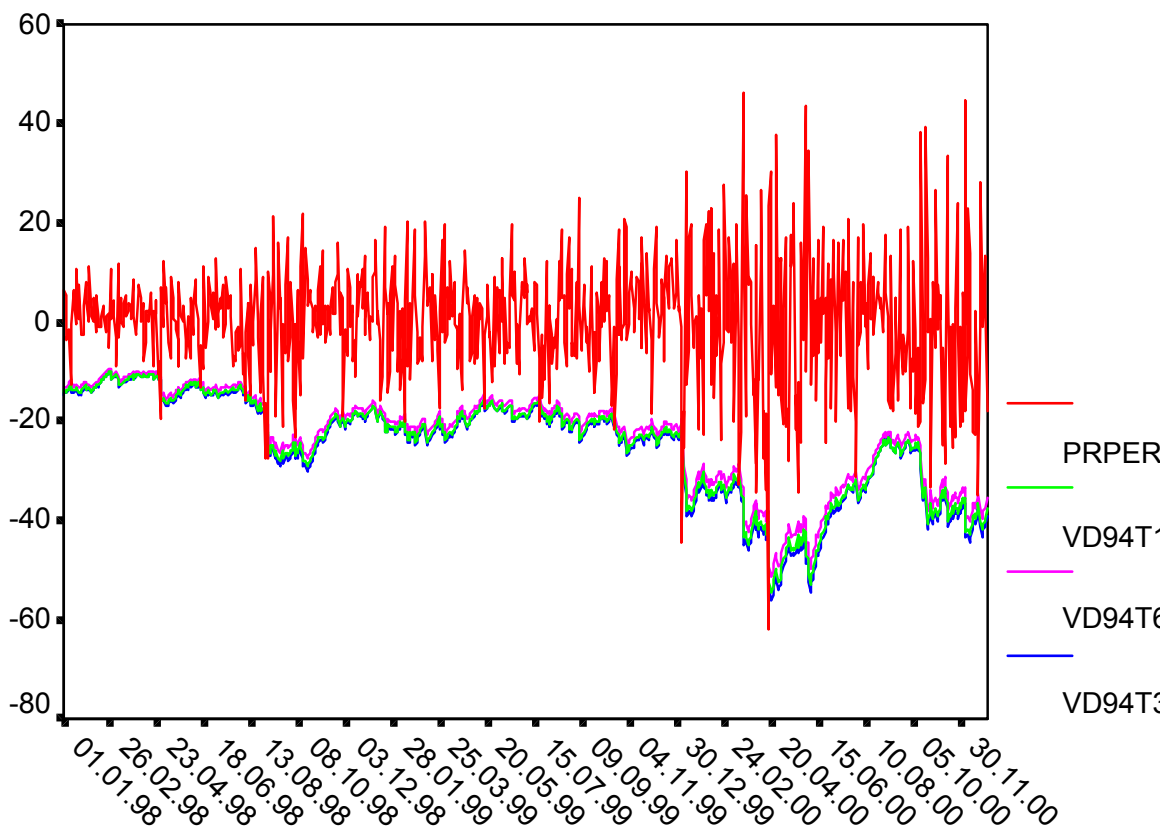


Tabella 4  
VAR EWMA 1 anno, 6 mesi, 3 mesi. Decay 0.97

Decay 0.97

		EWMA 1 anno	EWMA 6 mesi	EWMA 3 mesi
	1998	7	7	8
N. Eccezioni	1999 - 2000	6	8	9
	1998 - 2000	13	15	17

	1998	-17,15	-16,50	-16,25
VAR medio	1999 - 2000	-28,95	-27,81	-27,26
	1998 - 2000	-24,95	-24,02	-23,57
	1998	1,287	1,343	1,318
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,315	1,284	1,278
	1998 - 2000	1,300	1,312	1,297

Tabella 5  
VAR EWMA 1 anno, 6 mesi, 3 mesi. Decay 0.95

Decay 0.95

		EWMA 1 anno	EWMA 6 mesi	EWMA 3 mesi
	1998	6	10	6
N. Eccezioni	1999 - 2000	7	8	7
	1998 - 2000	13	18	13
	1998	-16,86	-16,01	-16,99
VAR medio	1999 - 2000	-28,67	-27,22	-28,88
	1998 - 2000	-24,72	-23,46	-24,90
	1998	1,300	1,229	1,290
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,311	1,336	1,305
	1998 - 2000	1,306	1,277	1,298

Tabella 6  
VAR EWMA 1 anno, 6 mesi, 3 mesi. Decay 0.94

Decay 0.94

		EWMA 1 anno	EWMA 6 mesi	EWMA 3 mesi
	1998	7	10	6
N. Eccezioni	1999 - 2000	7	9	7
	1998 - 2000	14	19	13
<hr/>				
	1998	-16,69	-15,69	-17,06
VAR medio	1999 - 2000	-28,53	-26,81	-29,15
	1998 - 2000	-24,56	-23,08	-25,10
<hr/>				
	1998	1,249	1,245	1,263
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,336	1,334	1,309
	1998 - 2000	1,293	1,287	1,288

### 3.7. L'introduzione del coefficiente di trend.

#### 3.7.1. Premessa

L'idea sottostante alla soluzione di adottare le medie mobili di prezzo come indicatori aggiuntivi di rischio deriva innanzi tutto dai risultati precedenti.

Se infatti, le stime del rischio migliori sono fornite dai modelli basati su tecniche EWMA questo significa che effettivamente, le condizioni di mercato più recenti possiedono un contenuto informativo maggiore di zero, come invece farebbe supporre la teoria dei processi di random walk basati sulla teoria dei mercati efficienti.

Ciò, fra l'altro, è confermato dai numerosi e recenti studi rivolti all'approfondimento delle efficient market hypothesis<sup>204</sup> (Fama, 1991; Neftci e Policano, 1994; Neely, Weller e Dittmar, 1997). I risultati di tali ricerche risultano spesso non compatibili con i modelli di mercato proposti dalla tradizionale teoria finanziaria. La conclusione più immediata è che il processo di formazione della serie storica di prezzo è probabilmente più complesso di quanto suggeriscono appunto le teorie tradizionali e l'utilizzo di indicatori di analisi tecnica potrebbe riuscire ad individuare schemi di comportamento dei prezzi non altrimenti rilevabili dall'analisi econometrica classica.

Esistono comunque varie teorie sulla giustificazione teorica dei modelli di previsione basate su indicatori di analisi tecnica e sulla probabile inefficienza dei mercati che, se pur molto interessanti esulano dagli obiettivi di questo lavoro. Appaiono comunque da menzionare gli oramai noti studi compiuti da French (1980) sull'effetto weekend e da Reinganum (1983) sullo small firm effect<sup>205</sup>. Da ricordare inoltre il celebre "paradosso di Grossman" (Grossman e Stiglitz, 1980) con il quale si afferma che qualora non fosse possibile ottenere alcun extra rendimento dalle indicazioni desumibili dalla serie storica delle quotazioni (e noi potremmo aggiungere dall'analisi tecnica) e dalle informazioni pubbliche (efficienza del mercato semiforte),

<sup>204</sup> Per una recente panoramica di tali studi si veda Beber A., 1999, "Il dibattito su dignità ed efficacia dell'analisi tecnica nell'economia finanziaria", in Alea - Centro di ricerca sui rischi finanziari, [www.cs.unitn.it](http://www.cs.unitn.it)

<sup>205</sup> Vedi anche Fuller J, Farrel J., opere citate, pg. 103

non vi sarebbe nessun incentivo per gli operatori ad acquisire tale genere di informazioni, tra l'altro ad un costo non nullo. In caso contrario verrebbe meno il meccanismo principale di generazione dei prezzi di mercato e l'esistenza dello stesso mercato mobiliare. Altro aspetto del problema è, anche questo di notevole interesse, appare quello segnalato dal lavoro di Froot e Stain (1992). Essi dimostrano che la speculazione di breve periodo è caratterizzata da fenomeni di spillover informativi positivi. Vale a dire, da un risultato che migliora proporzionalmente all'aumentare dei trader che agiscono sulla base della stessa informazione. Il meccanismo è chiamato anche di self fulfilling prophecy, cioè di profezia autoverificata. La conoscenza dei segnali operativi e l'applicazione a livello congiunto delle stesse tecniche di analisi, per la maggior parte degli operatori, sarebbero in grado di condurre il mercato.<sup>206</sup> Tale effetto è peraltro simile a quello già segnalato da Keynes (1936) e noto come modello del beauty contest, dove il giudice dovrebbe decidere solo sulla percezione della modella ritenuta più bella dalla maggioranza dei giudici e non dalla sua singola opinione personale, chiaramente in un meccanismo di competizione fra giudici stessi. Lo stesso concetto è espresso da Drew G. (1968). Esso fa notare che il prezzo di mercato non indica quanto valgono i titoli, ma quanto la gente pensa che valgono.<sup>207</sup>

L'aspetto che comunque rimane più interessante e centrale ai fini dell'efficacia effettiva dell'analisi tecnica e, in questo lavoro, giustifica l'applicazione di un metodo, quello delle mobili semplici, applicato essenzialmente nelle tecniche di previsione non tradizionali, è che esiste la possibilità che l'agire umano e in questo caso quello degli operatori, benché estremamente complesso possa essere ricondotto al comportamento dei mercati. Essi non presentano mai un andamento precisamente identico "ma il ripresentarsi di caratteristiche simili è sufficiente a permettere all'esperto di individuare i momenti critici principali".<sup>208</sup>

### 3.7.2. Il coefficiente di trend

Il coefficiente di trend utilizzato in questo lavoro deriva dall'idea che i prezzi immediatamente passati possano contribuire a determinare la tendenza dell'andamento futuro della stessa variabile, sfruttando in termini assoluti (prezzi) il citato fenomeno di volatility clustering e di autocorrelazione seriale dei rendimenti. A questo scopo sono calcolate, per ognuna delle posizioni di portafoglio e quindi, per ognuno dei sei indici azionari, tre medie mobili semplici di prezzo a 10, 30 e 60 giorni, per tutto il periodo di valutazione, dal 1998 al 2000.

In particolare la media mobile ha il compito di smorzare le normali fluttuazioni dei prezzi e quindi l'eventuale noise del mercato e, quindi, individuare l'esistenza di un andamento ciclico (trend). La sua estensione temporale, cioè l'intervallo di tempo su cui è calcolata, può permettere di individuare le tendenze di breve, medio e lungo termine.<sup>209</sup> Nel nostro lavoro sono utilizzati due intervalli temporali di breve termine (10 e 30 giorni) e uno di medio termine (60). La scelta del tipo di media mobile dipende in generale dalle condizioni di mercato e dalle esigenze dell'operatore. Il trend di un mercato particolarmente volatile non può essere di norma descritto da una media mobile a brevissimo termine (10 giorni), poiché essa assumerà le caratteristiche di volatilità dell'indice sottostante senza delineare una tendenza definita e quindi utilizzabile. D'altro canto, le esigenze dell'utente determinano il tipo di indicatore da calcolare, in base appunto alle caratteristiche della sua attività sul mercato. Un trader sarà interessato a tendenze di brevissimo periodo (anche intraday), mentre un investitore non professionista o un gestore di fondo pensione potrebbe essere interessato a movimenti di prezzo a medio termine. Nel nostro caso, la scelta di utilizzare i tre periodi di 10, 30 e 60 giorni è condizionata in primo luogo dall'holding period giornaliero, utilizzato nel corso di tutto il lavoro e, quindi, dalla necessità di analizzare movimenti di breve periodo. In secondo luogo, la natura dell'esperimento impone di testare le misure su una gamma discretamente ampia di intervalli, dato che, si intende verificare la capacità del modello modificato di fornire performance "sempre" migliori rispetto all'approccio tradizionale.

In altri termini, il valore della media mobile al t - esimo giorno è dato dalla seguente formula:

$$MM_{30}(t) = \frac{1}{30} \sum_{i=t-30}^{t-1} I_i \quad (4)$$

con  $I_i$  il valore dell'indice  $I$  al tempo  $i$ .

Dal grafico in Figura A, l'andamento della media mobile di prezzo, in questo caso a 30 giorni calcolata sull'indice MIB 30, sembra indicare le varie fasi di mercato. L'indice dei prezzi che attraversa dall'alto verso il basso la relativa media mobile indica un mercato debole in media, rispetto alle osservazioni passate e quindi un maggior rischio di portafoglio. Al contrario, l'attraversamento della media mobile dal basso verso l'alto può delineare una situazione di mercato relativamente forte.

In base a tale ipotesi viene calcolato per ogni giorno di osservazione e per ogni indice di mercato il rapporto tra la media mobile e il relativo indice dei prezzi, ottenendo una misura della divergenza tra le due serie storiche indicate e paragonabile ad un indicatore di momentum. Tale

<sup>206</sup> Beber A., opere citate, pg.25

<sup>207</sup> Pring M. J., 1995, "Analisi tecnica dei mercati finanziari", pg. 5

<sup>208</sup> Pring M.J., 1995, opere citate, pg.2

<sup>209</sup> Per un approfondimento sull'utilizzo delle medie mobili in riferimento al tipo di tendenza da analizzare si veda Pring M.J., 1995, opere citate, pg. 107

misura è poi ponderata per il peso di ogni indice sul valore di mercato del portafoglio. La posizione di rischio complessiva deriva dall'aggregazione lineare delle singole esposizioni. Le formule (5) e (6) si riferiscono, rispettivamente, al coefficiente di momento per l'i-esimo indice di mercato e al metodo di ponderazione adottato in termini di market value.

$$Coeff_i(t) = \frac{MM_i(t)}{I_i(t)} \omega_i(t) \quad (5)$$

con

$$\omega_i(t) = \frac{I_i(t)}{P(t)} \quad (6)$$

dove  $I_i(t)$  è il valore dell'indice  $i$  al tempo  $t$ ,  $MM_i(t)$  è il valore della relativa media mobile al tempo  $t$  e  $P(t)$  è il valore del portafoglio al tempo  $t$ . L'aggregazione delle singole poste calcolate per ogni indice avviene tramite una sommatoria, il cui risultato è moltiplicato per la misura di VAR al tempo  $t$ .

$$K(t) = \sum_{i=1}^6 Coeff_i(t) \quad e$$

$$VARK(t) = VAR(t) * K(t)$$

dove  $VAR K(t)$  corrisponde alla misura di VAR corretta e riferita al giorno  $t$ . Se l'indicatore  $K(t)$  assume un valore superiore ad uno la misura di VAR verrà aumentata proporzionalmente, il contrario nel caso in cui il coefficiente sia inferiore all'unità. Il valore del coefficiente  $K(t)$  oscilla quindi intorno al valore centrale che corrisponde all'unità. In questo caso, le eventuali divergenze tra le serie storiche dei prezzi degli indici di mercato e le relative medie mobili si compensano e non modificano la misura di Var giornaliero individuata dal modello.

Le Tabelle da 7 a 11 riassumono i risultati ottenuti, mentre i grafici da Figura 11 a 14 evidenziano l'andamento dei modelli più efficaci. La stima del Var modificato è stata compiuta per tutti i modelli con previsione della volatilità MME mentre per i modelli a volatilità esponenziale è stata realizzata solo per quello con decay 0.95, dato che nelle fasi precedenti ha fornito i risultati migliori.

L'analisi dei dati evidenzia delle stime del rischio più accurate per tutti i modelli ad eccezione del EWMA 0.95 con medie mobili a 60 giorni che sottostima leggermente rispetto al modello tradizionale. In particolare, il modello Var a medie mobili semplici a 95 giorni (3 mesi) corretto con media mobile a 30 giorni (MME 95/30) ottiene le performance migliori in termini di eccezioni rispetto al livello di confidenza previsto. Di fatto sottostima la perdita worst-case solo in 8 casi, contro i 15 del modello tradizionale e risulta l'unico approccio analizzato compatibile con le eccezioni previste a livello statistico (8) (vedi Tabella A e Tabella 11). Anche in termini di Var medio, il modello MME 95/30 sembra fornire buoni risultati (25.91), se posto a confronto con le altre misure. Considerando, infatti, l'ottima performance in termini di eccezioni ci si aspetterebbe un assorbimento di capitale medio più alto, ma ciò non accade. Risulta invece elevato il terzo indicatore, riferito alla perdita media in eccesso al Var, ma ciò dipende esclusivamente dal fatto che le 8 perdite non previste assumono valori molto alti in valore assoluto e la media risente del denominatore più basso. Le prestazioni sono comunque migliori anche per gli altri modelli MME corretti. L'effetto ritardo nell'incorporare le nuove condizioni di mercato, caratteristico di tali approcci, risulta fortemente mitigato dal coefficiente di momento.

Discorso analogo può essere fatto per i modelli EWMA modificati. Le performance sono sostanzialmente migliorate rispetto all'approccio tradizionale. Particolarmente efficienti risultano le misure EWMA 260/10/0.95 e EWMA 95/10/0.95 che a fronte di un capitale medio a rischio di 24.6 ottengono 11 eccezioni e un basso valore di perdita in eccesso rispetto all'approccio tradizionale. Buone prestazioni anche per l'EWMA 260/30/0.95 e EWMA 95/30/0.95 che però rispetto ai modelli precedenti ottengono le stesse eccezioni con un Var medio più alto (25.46 e 25.65).

Da notare, infine, come le medie mobili più stabili, cioè quelle calcolate su intervalli più lunghi (30 e 60) permettono, coerentemente all'evidenza empirica (Pring 1995, 113), di ottenere misure più accurate del rischio di portafoglio, in modo particolare per i Var con previsione della volatilità semplice (MME), soggette maggiormente all'effetto delay.

Figura A

MIB 30 e relativa MM a 30 gg.

01/01/98 31/12/98

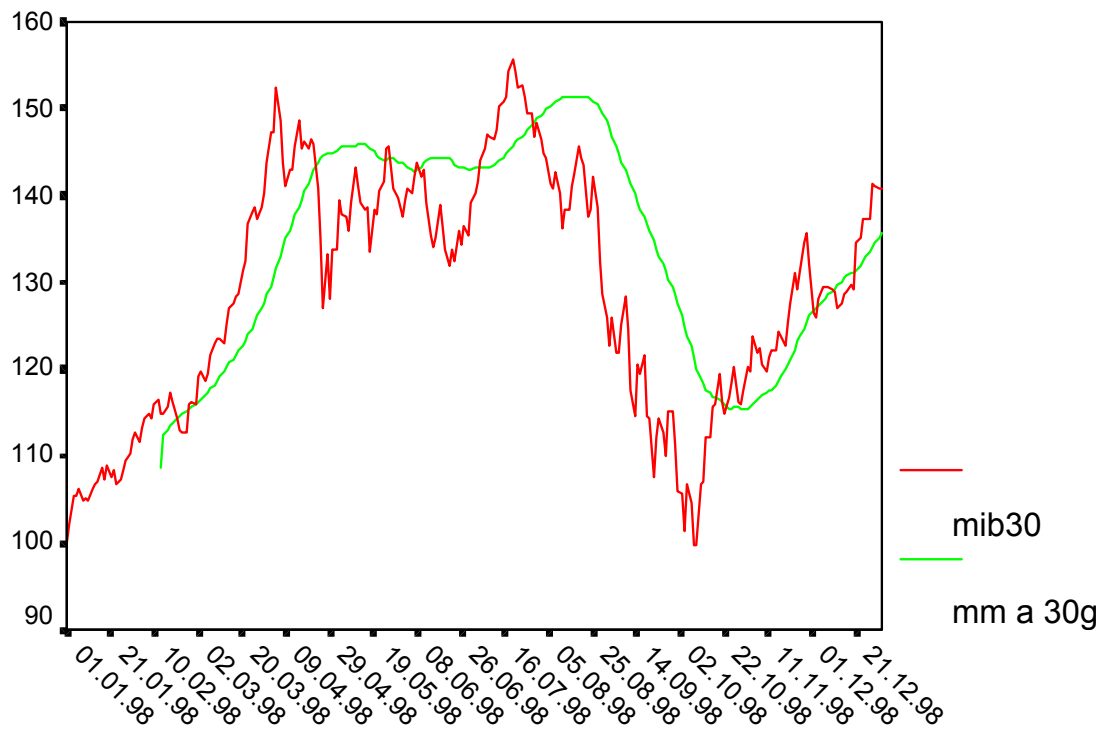
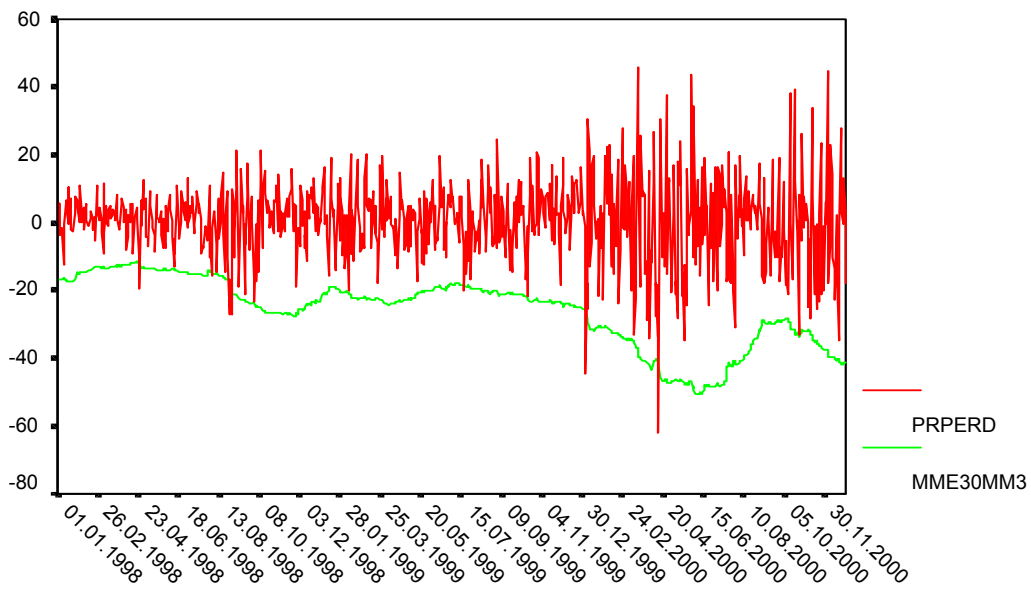


Figure 11 e 12 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)

VAR MME 3 Mesi / MM 30

01/01/98 31/12/00



VAR MME 3 / MM 60

01/01/98 31/12/00

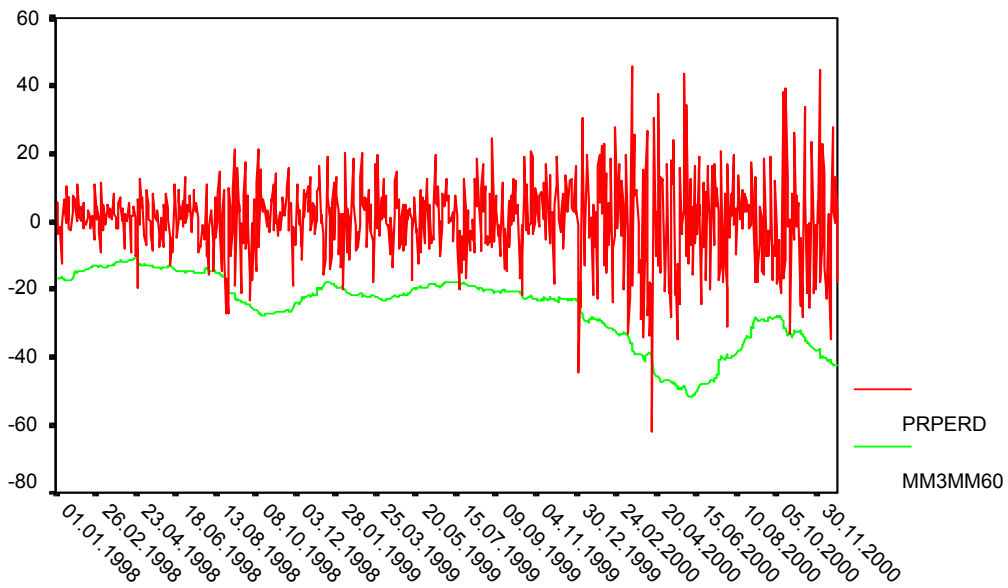
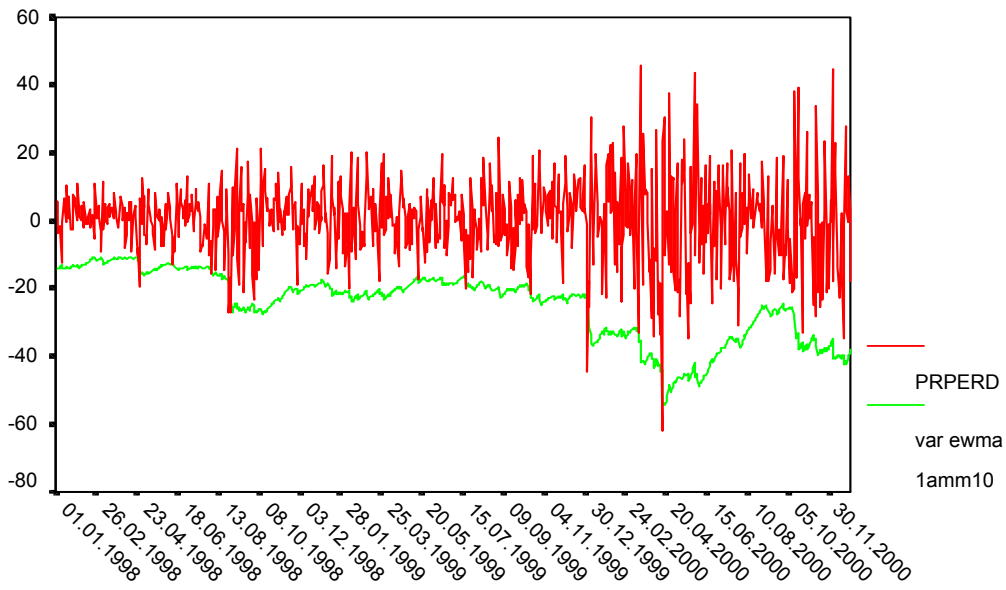


Figura 13 e 14 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)

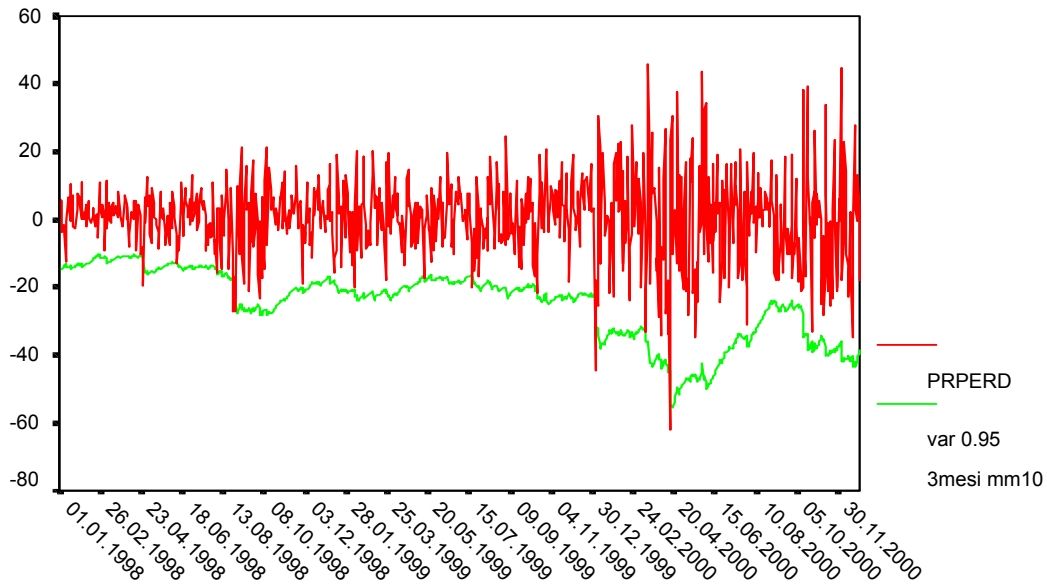
VAR EWMA 0.95 1 ANNO / MM10

01/01/98 31/12/00



VAR EWMA 0.95 3 MESI / MM10

01/01/98 31/12/00



3.7.3. Sintesi dei risultati. VAR corretti con l'utilizzo dell'indicatore di Trend.

Tabella 7 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
VAR EWMA Decay 0.95 corretto con MM 10 giorni.

Decay 0.95  
MM 10 giorni

		EWMA 1 anno	EWMA 6 mesi	EWMA 3 mesi
	1998	5	9	5
N. Eccezioni	1999 - 2000	6	7	6
	1998 - 2000	11	16	11
	1998	-16,78	-15,93	-16,91
VAR medio	1999 - 2000	-28,66	-27,21	-28,87
	1998 - 2000	-24,68	-23,43	-24,86
	1998	1,291	1,208	1,281
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,307	1,329	1,300
	1998 - 2000	1,300	1,261	1,292

Tabella 8 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
VAR EWMA Decay 0.95 corretto con MM 30 giorni.

Decay 0.95  
MM 30 giorni

		EWMA 1 anno	EWMA 6 mesi	EWMA 3 mesi
	1998	5	8	5
N. Eccezioni	1999 - 2000	6	7	6
	1998 - 2000	11	15	11
	1998	-17,25	-16,38	-17,39
VAR medio	1999 - 2000	-29,59	-28,09	-29,81
	1998 - 2000	-25,46	-24,17	-25,65
	1998	1,242	1,199	1,232
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,289	1,309	1,282
	1998 - 2000	1,268	1,251	1,260

Tabella 9 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
VAR EWMA Decay 0.95 corretto con MM 60 giorni.

Decay 0.95 MM 60 giorni		EWMA 1 anno	EWMA 6 mesi	EWMA 3 mesi
	1998	7	9	7
N. Eccezioni	1999 - 2000	7	7	7
	1998 - 2000	14	16	14
	1998	-17,04	-16,18	-17,17
VAR medio	1999 - 2000	-28,98	-27,52	-29,20
	1998 - 2000	-24,99	-23,72	-25,18
	1998	1,208	1,214	1,203
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,305	1,375	1,299
	1998 - 2000	1,256	1,284	1,251

Tabella 10 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
VAR MME 1 anno, 6 mesi, 3 mesi corretto MM10

MM 10		MME 1 anno	MME 6 mesi	MME 3 mesi
	1998	9	10	8
N. Eccezioni	1999 - 2000	8	5	6
	1998 - 2000	17	15	14
	1998	-15,74	-16,84	-17,57
VAR medio	1999 - 2000	-28,47	-29,36	-28,97
	1998 - 2000	-24,23	-25,19	-25,18
	1998	1,295	1,260	1,256
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,256	1,338	1,253
	1998 - 2000	1,276	1,286	1,255

Tabella 11 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
VAR MME 1 anno, 6 mesi, 3 mesi corretto MM30

MM 30		MME 1 anno	MME 6 mesi	MME 3 mesi
	1998	8	8	4
N. Eccezioni	1999 - 2000	6	5	4
	1998 - 2000	14	13	8
	1998	-16,10	-17,20	-17,96
VAR medio	1999 - 2000	-29,34	-30,26	-29,87
	1998 - 2000	-24,93	-25,91	-25,91
	1998	1,267	1,246	1,431
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,305	1,306	1,339
	1998 - 2000	1,283	1,269	1,385

Tabella 12 (Nostre elaborazioni su dati DATASTREAM)  
VAR MME 1 anno, 6 mesi, 3 mesi corretto MM60

MM 30		MME 1 anno	MME 6 mesi	MME 3 mesi
	1998	8	9	5
N. Eccezioni	1999 - 2000	7	7	6
	1998 - 2000	15	16	11
	1998	-15,81	-16,89	-17,69
VAR medio	1999 - 2000	-28,68	-29,58	-29,23
	1998 - 2000	-24,40	-25,36	-25,40
	1998	1,280	1,235	1,388
PrPerd/VAR	1999 - 2000	1,314	1,261	1,272
	1998 - 2000	1,296	1,246	1,325

## Conclusioni

I rapidi mutamenti delle condizioni di mercato in cui le banche negli ultimi anni si sono trovate ad operare e i recenti dissesti di alcune importanti istituzioni finanziarie, hanno messo in luce aspetti fondamentali della gestione caratteristica della banca, in passato sottovalutati. Ci riferiamo, in particolare, al ruolo determinante assunto dalle strategie di valutazione dei rischi di mercato connessi alle fluttuazioni dei tassi di interesse, di cambio e delle quotazioni delle attività finanziarie detenute dagli intermediari. In generale, il processo di risk management si pone l'obiettivo di valutare la congruità dei rischi assunti in base alla capacità patrimoniale esistente. Tale scopo viene perseguito attraverso una procedura di individuazione, di misurazione e di gestione dei fattori di rischio rilevanti (di credito, di mercato, operativi). Il fine è determinare il profilo di rischio/rendimento coerente con gli obiettivi del management, delle autorità di vigilanza e del mercato.

Per un'istituzione finanziaria, infatti, le indicazioni contabili derivanti dalla tradizionale analisi di bilancio, come ad esempio il rapporto di indebitamento, a causa della loro staticità non possono essere ritenute sufficientemente informative riguardo alla effettiva esposizione al rischio. L'esigenza di individuare gli strumenti idonei per un corretto svolgimento dell'attività di risk management ha condotto all'identificazione di una metodologia standard di misurazione, il Value at Risk.

Formalmente, la tecnica del Valore a Rischio fornisce una stima statistica della massima perdita potenziale di portafoglio o di una singola posizione, in un determinato orizzonte temporale e per un prefissato intervallo di confidenza. Lo sviluppo e l'affermazione di tale metodologia sono stati determinati da alcuni fattori contingenti. In primo luogo, la grande flessibilità dello strumento di adattarsi alle diverse esigenze degli operatori e la capacità di fornire misure omogenee di rischio per attività profondamente diverse. In secondo luogo, la decisione da parte di J.P. Morgan di rendere pubblico il proprio sistema di misurazione del rischio (RiskMetrics<sup>TM</sup>), ponendo le basi per una definizione metodologica standard. In terzo luogo, la scelta da parte dei regulators di permettere alle banche l'utilizzo di tale metodologia come strumento benchmark di segnalazione ai fini della vigilanza prudenziale. Inoltre, le tecniche di Valore a Rischio, risultano coerenti con la struttura e gli obiettivi dei sistemi di risk management prima accennati. L'utilizzo delle tecniche Var permette, infatti, la definizione di procedure continue di reporting del rischio basate su misure omogenee (ottica passiva e di misurazione) e di procedure di controllo adatte a verificare i profili di rischiosità delle singole business units; consente inoltre di assegnare limiti operativi coerenti con le esigenze dell'istituto (ottica di controllo). Infine, permette la definizione di processi efficienti di allocazione del capitale attraverso misure di performance aggiustate per il rischio (ottica attiva del risk management).

Tale approccio statistico di misurazione presuppone però, la capacità di prevedere il comportamento futuro delle variabili finanziarie oggetto di indagine (corsi azionari, tassi di interesse, tassi di cambio, tassi di default, prezzi delle merci) sulla base delle strutture di volatilità e correlazione osservate in passato. Se tale ipotesi, da un lato, permette di giungere alla definizione dei profili di rischio di un portafoglio in maniera relativamente semplice e intuitiva, presuppone, dall'altro lato, una stazionarietà degli stessi parametri nel tempo. Le verifiche empiriche, in realtà, dimostrano che le condizioni dei mercati e quindi i livelli di volatilità, sono soggetti a rapidi mutamenti. Per fare un esempio, nell'agosto del 1998, in concomitanza con l'annuncio della probabile insolvenza della Russia, lo spread su swap, cioè la differenza fra il rendimento dello swap a 10 anni e i Titoli di Stato, passò in una giornata da 60 a 80 basis point, mantenendosi a tali livelli nel corso di tutto il 1999.<sup>210</sup> In una simile situazione le perdite effettive di portafoglio sono generalmente superiori a quelle misurate dai modelli di Valore a Rischio.

Con il presente lavoro si è voluta fornire una panoramica delle numerose problematiche connesse all'implementazione e all'utilizzo dei diversi modelli VAR. Partendo da una breve analisi delle relazioni tra rischio, patrimonio e vigilanza e dei principali approcci di Valore a Rischio, si è posta l'attenzione sulle problematiche connesse alla misurazione dei rischi di mercato. Lo scopo è stato perseguito attraverso una verifica empirica, nella quale, sono state testate le performance di un modello di Value at Risk parametrico, applicato ad un portafoglio azionario internazionale. In primo luogo, si è voluto dimostrare come alcune delle ipotesi sottostanti a tali modelli, possono essere messe in discussione dal reale comportamento delle variabili finanziarie. In particolare, le approssimazioni compiute nei modelli parametrici di stima del Valore a Rischio, riguardo la forma delle distribuzioni dei rendimenti e le ipotesi di omoschedasticità, possono causare misure inaccettabili di massima perdita potenziale. I risultati hanno confermato, la capacità dei modelli, di adattarsi alle condizioni "normali" di mercato; hanno invece evidenziato problemi di misurazione se sottoposti a forme di stress confermando l'idea più volte espressa in letteratura che i modelli Var non funzionano quando invece dovrebbero. In maniera specifica è stata evidenziata la sostanziale incapacità dei modelli di previsione basati sulle volatilità storiche di adattarsi alle nuove condizioni di mercato e il sostanziale miglioramento delle stime ottenute con l'adozione di tecniche che tengono conto dei fenomeni di eteroschedasticità.

Ipotizzando, allora, che l'andamento delle variabili finanziarie sia caratterizzato da fenomeni di autocorrelazione tra i valori di volatilità, si è tentato di migliorare le performance del modello con l'introduzione di un coefficiente di trend che tenesse conto, anche, di eventuali forme di correlazione fra i prezzi. Attraverso tale verifica diretta del modello di random walk, è stata compiuta un'analisi di profittabilità tra il modello tradizionale e il modello modificato tesa appunto ad accertare se le quotazioni passate potessero incorporare elementi utili all'analisi di rischio di portafoglio. Le conclusioni sembrano confermare quest'ultima ipotesi. In particolare i risultati appaiono incoraggianti, sia in termini di efficacia, (numero di eccezioni della perdita effettiva rispetto a quella prevista) che in termini di efficienza (livello di capitale posto giornalmente a rischio). L'analisi congiunta dei livelli di excess of loss e di assorbimento patrimoniale medio sembra favorire i modelli corretti. In termini assoluti le performance di tutti gli approcci tradizionali appaiono inferiori a quelle previste dal livello di confidenza prefissato, mentre il modello corretto permette, in un caso, una valutazione del rischio perfettamente coerente alle ipotesi statistiche sottostanti. Inoltre, la particolare strategia di gestione, basata essenzialmente su un approccio passivo, permette di non considerare i costi di transazione, spesso ritenuti sufficienti a compensare gli eventuali vantaggi di un sistema di market timing basato sull'inefficienza dei mercati.

Pur se tale verifica può essere considerata in qualche modo model dependent, intende costituire lo spunto per un'analisi più approfondita del comportamento reale delle variabili finanziarie e degli operatori economici. Quest'ultimi, a causa dell'inevitabile incertezza delle strategie di valutazione a lungo termine, potrebbero essere costretti a riformulare continuamente le ipotesi sulla base della reazione dei concorrenti al sopraggiungere di nuove informazioni. Tale comportamento, correlato agli aggiustamenti dell'orizzonte temporale (da medio a breve a brevissimo) potrebbe implicitamente aumentare la volatilità del mercato, causando i citati

---

<sup>210</sup> Scholes M., 2001, "Crisi e gestione del rischio", Risk Italia, Marzo/2001, pg. 30

fenomeni di volatility clustering e di volatilità eteroschedastica. Il processo di formazione dei prezzi potrebbe essere, quindi, probabilmente più complesso di quello descritto dai tradizionali modelli econometrici e assumere la variabile prezzo come una fonte autonoma di informazione e permettere di migliorare e affinare le tecniche di gestione del portafoglio e quindi del rischio.

#### Bibliografia

- Alexander C., 1996, *The handbook of risk management and analysis*, Wiley & Sons, Chichester
- Aragones J., 2000, Bianco C., Down D., 2000, "Learning Curve: Extreme Value VAR", in *Derivatives Week*, Marzo 2000, [www.fea.com/library.htm](http://www.fea.com/library.htm)
- Banca d'Italia, Circolare n. 155 del 18/12/1991 - 9° Aggiornamento del 12/04/2000, Sezione 7.1.7. - 7.4.4.
- Banca d'Italia, 2000, Istruzioni di vigilanza per le banche, Febbraio 2000, pp. 1 - 44
- Banca d'Italia, Un approccio basato sui modelli interni per l'applicazione dei requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato, *Bollettino Economico*, 25 Ottobre 1995
- Banca d'Italia, 1997, Relazione annuale 1996, pp. 21 - 34
- Barone E., Braghò A., 1996, "Un modello per la misurazione dei rischi finanziari", *Rivista di politica economica*, n. 11/1996, pp. 169 - 208
- Barra J., 1989, "Estimating the term structure of interest rates for US Treasuries", in *Barra NewsLetter*, 8/1989, [www.barra.com/research/research\\_db.asp](http://www.barra.com/research/research_db.asp)
- Beber A., 1999, "Il dibattito su dignità ed efficacia dell'analisi tecnica nell'economia finanziaria", in *Alea - Centro di ricerca sui rischi finanziari*, [www.cs.unitn.it](http://www.cs.unitn.it)
- Beder T.S., 1995, "Var seductive but dangerous", *Financial Analyst Journal*, 10/1995, pp. 14-19
- Bensalah Y., 2000, "Steps in applying Extreme Value Theory to Finance: a review", in *Working Paper of Bank of Canada*, n.20/2000, [www.bankofcanada.ca](http://www.bankofcanada.ca)
- Bollerslev T., 1989, "Generalized autoregressive conditional heteroschedasticity", *Journal of Econometrics*, pp. 307-327
- Boudoukh J., Richardson M., Whitelaw R., 1998, "The best of both worlds: a hybrid approach to calculating value at risk" in *Risk*, n.5/1998, pp. 64-66
- Boyle P., 1977, "Options: a Montecarlo approach" in *Journal of Financial Economics*, n. 4/1977, pp. 323-338
- Brailsford T.S., Faff R.W., 1996, "An evaluation of volatility forecasting techniques", *Journal of Banking and Finance*, n.20/1996, pp. 419 - 438
- Brooks C. e Persed G., 2000, "Value at risk and market crash", in *Discussion Paper in Finance*, The Business School for Financial Markets, University of Reading, [www.ismacentre.rdg.ac.uk](http://www.ismacentre.rdg.ac.uk)
- Cancellieri G., Gambi E., 1996, Probabilità e fenomeni aleatori, SGRR, L'Aquila
- Capital Market Risk Advisor, 2000, "Measuring skewness and kurtosis", [www.cmra.com](http://www.cmra.com)
- Cappellina L, Sartore D., 2000, "L'analisi tecnica e la previsione econometria", [www.greta.it](http://www.greta.it)
- Casserley D., 1993, *Facing up to the risk*, John Wiley & Sons, Chichester
- Cattarozzi G, 1992, "Modelli ARCH e GARCH: una tecnica di stima della volatilità nell'ottica della modellizzazione VAR", [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)
- Cerchiara A., Fasolino G., Proietti M., Sportello A., 1997, "Gestione dei rischi e redditività della tesoreria. La definizione di benchmark efficienti per i diversi rami di attività", in *Credito Popolare*, n. 4/1997, pp. 611 - 638
- Chew L., 1993, "Summer in content", *Journal of Banking and Finance*, n. 8/1993, [www.elsevier.com/homepage/sae/econbase/jbf/](http://www.elsevier.com/homepage/sae/econbase/jbf/)
- Comitato di Basilea, 1995, Progetto di supplemento all'accordo sui requisiti patrimoniali per incorporare i rischi di mercato, Proposta ai fini di consultazione, aprile 1995
- Comitato di Basilea, 1993, Requisiti patrimoniali individuali a fronte dei rischi di mercato, Aprile 1993
- Comitato di Basilea, 1996, Emendamento all'accordo sui requisiti patrimoniali per incorporarvi il rischio di mercato. Unione Europea, 1998, Direttiva n.98/31/CE del 22/06/1998
- Comitato di Basilea, 1999, Capital requirements and bank behaviour: the impact of Basle Accord, Working Paper n.1, 4/1999, pp. 1-59
- Comitato di Basilea, 2000, Stress testing by large financial institutions: current practice and aggregation issues, Aprile 2000, pp. 1-44
- Comitato di Basilea, 2000, Basle accord vs. value at risk regulation in banking, 10/2000, pp. 1-36
- Comitato di Basilea, 2001, The new Basel capital accord, Febbraio 2001
- Corrado C, Miller T., 1996, "A note on a simple accurate formula to compute implied standard deviations", in *Journal of Banking and Finance*, n. 20/1996, pp. 595-611
- Cox J, Ingersoll J., Ross S., 1985, "A theory of the term structure of interest rates", in *Econometrica*, n. 53/1985, pp. 145-166
- Cox. J. Ross.S., Rubinstein M., 1979, "Option pricing: a simplified approach", in *Journal of Financial Economics*, n. 7/1979, pp. 229-263
- Culp C.L., Miller M, Neves A., 1998, "Value at risk: uses and abuses", *Journal of Applied Corporate Finance*, n. 4/1998, pp. 26-38
- Cuthberston K., 1997, *Quantitative Financial Economics*, Wiley & Sons, Chichester
- Dalan D., Sartore D., 2000, "L'analisi tecnica e i modelli GARCH", [www.greta.it](http://www.greta.it)
- Damodaran A, 1996, *Manuale di valutazione finanziaria*, McGraw Hill
- Dangl T., Lehar A., 2000, "Basle accord vs. Value at risk regulation in banking", in *Working Paper of Center of Central European Financial Markets*, [www.tuwien.ac.at/ccefm/research/research.htm](http://www.tuwien.ac.at/ccefm/research/research.htm)

Diebold F., Shuermann T., Stroughair D., 1998, "Pitfall and opportunities in the use of Extreme Value Theory in risk management", Wharton School, University of Pennsylvania, n.10/1998, pp. 1-13

Dimson E., Marsh P., 1997, "Stress Test of Capital Requirements", Journal of Banking and Finance, n.21/1997, pp. 1515-1546

Drew G., 1968, New methods for profit in the stock market, Metcalfe Press., Boston

Drudi F., Generale A., Majinoni G., 1997, "Sensitivity of VAR measurement to different risk models", Temi di discussione del Servizio Studi di Banca Italia, pp. 209 - 236

Duffie D., Pan J., 1997, "An overview of value at risk", in Journal of Derivatives, n. 3/1997, www.gloriamundi.org/var/pub/

Engle R.F., 1982, "Autoregressive conditional heteroschedasticity with estimates of the variance of United Kindom inflation", Econometrica, n. 4/1982, pp. 987-1007

Fabi S., 1998, "Un'introduzione al metodo Montecarlo in finanza", in www.aifirm.com

Fama F., 1970, "Efficient capital markets: a review of theory and empirical work" in Journal of Finance, n.25/1970, pp.383-417

Ferrantelli M., 1995, "L'introduzione di un sistema di Asset Liability Management nell'organizzazione della banca", Banche e Banchieri, n.5/1995, pp. 609 - 617

Ferretti R., 1995, La gestione del capitale proprio nella banca, Il Mulino, Bologna

Figlewsky S., 1997, "Forecasting Volatility" Financial Market Review, n.4/1997, pp.103-123

Finger C. e Kim J., 2000, "A stress test to incorporate correlation breakdown", RiskMetrics Group, Working Paper n.99/08, www.riskmetrics.com

Focardi S., Jonas C., 1997, Market and Credit Risk Management. The Intertek Group, Paris

Fontana P, Giudici P., 2000, "Un'applicazione del metodo Montecarlo per la valutazione statistica del value at risk", www.aifirm.com

French K., 1980, "Stock return and the weekend effect", in Journal of Financial Economics, n. 8/1980, pp.55-70

Froot A., Scharfstein D., Stein C., 1992, "Herd on the street: informational inefficiencies in a market with short-term speculation", Journal of Finance, n. 47/1992, pp. 1461-1484

Fuller R., Farrel J., 1993, Analisi degli investimenti finanziari, McGraw Hill

Gabbi G., 1996, "La term structure: elementi teorici, metodologie di costruzione e previsione dei tassi di interesse", in Gli strumenti derivati e le tecniche innovative nella gestione di portafogli obbligazionari, Università Bocconi

Gianturco P., 1997, "Il processo di risk management", Banche e Banchieri, n.3/1997, pp. 283 - 290

Giudici P., 2000, "La simulazione Montecarlo in finanza: problemi aperti e prospettive", www.aifirm.com

Graham B., Dodd., Cottle S., 1934, Security Analysis, McGraw-Hill, NY

Grossman S., Stiglitz E., 1980, "On the impossibility of informationally efficient markets", American Economic Review, n.70/1980, pp. 393-403

Hendrics D., 1996, "Evaluation of Value at Risk Models using historical data", Economic Policy Review, Aprile 1996, pp. 39 - 69

Holton G., 1992, "Volatility e Horizon", www.contingencyanalysis.com

Holton G., 1998, "Simulating Value at Risk", in The Journal of Portfolio Management, n. 3/1998, www.contingencyanalysis.com

Hull J., 1999, Introduzione ai mercati dei Futures e delle opzioni, Sole 24 Ore Libri, Milano

Iacopozzi C., 1999, "L'utilizzo dei modelli Var nelle banche per la gestione del rischio di mercato, Banche e Banchieri, n.1/1999, pp. 54 - 89

J.P. Morgan/Reuters, 1996, RiskMetricsTM-Technical Document

Jorion P, 2000, Value at risk, Secon Edition, McGraw Hill

Jorion P., 1997, Value at Risk, McGraw Hill

Keynes J. M., 1936, "Le aspettative a breve e a lungo termine", in Visco I., 1985, Le aspettative nell'analisi economica, Il Mulino, Bologna

KPMG, 1997, Manuale di risk management , Edibank, Milano

Lusignani G., 1995, La gestione dei rischi finanziari nelle banche, Il Mulino, Bologna

Maculay G., 1938, "Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates, bond yields, and stock prices in the U.S. since 1856", National Bureau of Economic Research

Markowitz H., 1952, "Portfolio Selection", Journal of Finance, n.1/1952, vol. 17

Marsella M., 1997, "Il risk management esce dall'area finanza", Banche e Banchieri, n.3/1997, pp. 242 - 249

Mc Neil A., 1997, "On extreme and crashes", www.math.ethz.ch/umcneil

Merton R., Perold A., 1993, "Theory of risk capital in financial firm", in Journal of Applied Corporate Finance, vol. 6/1993, pp. 1632-1654

Mignacca D., 1998, "Il Mapping dei Cash Flow" in www.aifirm.com

Mood M., Graybill A., Boes D., 1995, Introduzione alla statistica, McGraw Hill

Moriconi F., 1994, Matematica finanziaria, Il Mulino, Bologna

Nadotti L., 1995, Il bilancio delle banche, Il Mulino, Bologna

Neftci S. Policano A.J., 1994, "Can chartists outperform the market? Market efficiency tests for technical analysis" in Journal of Futures Markets, n. 4/1994, pp. 465-468

Neely C., Weller P., Dittmar R., 1997, "Is technical analysis in the foreign exchange market profitable?" in Journal of Financial and Quantitative Analysis, n. 32/1997, pp. 405-426

Pederzoli C., Torricelli C., 1999, "Una rassegna sui metodi di stima del Value at Risk (VAR)", Dipartimento di Economia Politica, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, pp. 1 - 38

Pichler S., Selitsch K., 1999, "A comparison of analytical VaR methodologies for portfolio that include options", Vienna University of Technology, Department of Finance, in [www.elsevier.nl](http://www.elsevier.nl)

Pring M.J., 1995, *Analisi tecnica dei mercati finanziari*, McGraw Hill

Ramberg J., Tadikamalla P., Dudewicz E., Mykytka E., 1979, "A probability Distribution and its uses in fitting data, in *Technometrics*, n.21/1979, pp. 201-209

Reinganum M., 1983, "The anomalous stock market behaviour of small firm in January", *Journal of Financial Economics*, n. 12/1983, pp. 89-104

Rigoni U., 1998, *Rischio e copertura patrimoniale nelle banche*, EGEA, Milano

Saita F., 2000, *Il risk management in banca*, EGEA, Milano

Scardovi C., 1997, "Il risk management strategico per la massimizzazione del valore economico della banca", *Banche e Banchieri*, n.3/1997, pp. 228 - 241

Schwert G.W., 1989 "Why does stock market volatility change over time?", *Journal of Finance*, n. 5/1989, pp. 123-139

Shachter B, Butler S., 1998, "Improvement the Historical Simulation with Gaussian Kernel estimation", <http://papers.ssrn.com>

Shachter B., 1998, "The value of stress testing in market risk management", Working Paper of Chase Manhattan Bank, [www.chase.com](http://www.chase.com)

Sharpe W., 1978, *Investments*, Prentice Hall, NJ

Scholes M, 2001, "Crisi e gestione del rischio", *Risk Italia*, Marzo/2001, pp. 28-32

Sironi A., Marsella M., 1997, *La misurazione e la gestione dei rischi di mercato*, Il Mulino, Bologna

Sironi A., Saita F., 1998, " Dal risk management all'allocazione del capitale: un percorso ad ostacoli", *Bancaria*, n. 5/1998, pp. 64-80

Taleb N., 1997, "The Econometrics of Financial Markets", Princeton, N.J, in [www.derivativesstrategy.com](http://www.derivativesstrategy.com)

Torsello M., 1999, "Risk Management. Gli aspetti organizzativi", Gruppo Deutsche Bank, convegno Aifirm 1999, [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)

Vallino M., 2001, "Il rischio operativo alla luce della nuova proposta del Comitato di Basilea", in *Newsletter AIFIRM*, Gennaio - Febbraio 2001, [www.aifirm.com](http://www.aifirm.com)

Wee L.S., Lee J., 1999, "Integrating stress testing with risk management", *Bank Accounting & Finance*, Spring/1999, pp. 1-13

Zaik E., 1996, "Raroc at Bank of America", in *Journal of Applied Corporate Finance*, vol. 9/1996, pp. 83-93

Zanotti S., 1997, *Opzioni implicite ed Asset Liability Management*, Sole 24 Ore Libri